دینامیک و ارتعاشات

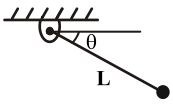
۱ ـ مقدار شتاب ذره‌ای که با سرعت ثابت v در طول مسیر با رابطه $S = \frac{a\cos\theta}{b}$ در حال حرکت است، برابر با کدام گزینه است؟ (θ زاویه بین مماس بر مسیر و محور x است ،a و b ثابت هستند).

۱) $\frac{-a}{b}\cos\theta$ ۲) $\frac{a\cos\theta}{bv}$ ۳) $\frac{-bv^2}{a\sin\theta}$ ۴) $\frac{av}{b\sin\theta}$

۲ ـ کامیونی از حالت سکون با شتاب $a = c_1 - c_2 v^2$ شروع به حرکت می‌کند. اگر c_2 مقداری معلوم باشد، c_1 را چنان بیابید که مسیر مستقیمی به طول x_0 را در زمان t_0 طی کند. $(c_1, c_2 > 0)$

۱) $c_1 = \frac{[\cosh^{-1}(e^{x_0 c_2})]^2}{c_2 t_0^2}$ ۲) $c_1 = \frac{t_0^2 c_2^2}{[\sinh(x_0 c_2)]^2}$ ۳) $c_1 = \frac{[\tanh^{-1}(x_0 c_2)]^2}{x_0 t_0 c_2^2}$ ۴) $c_1 = \frac{x_0^2 t_0^2 c_2}{[\cot(e^{x_0 c_2})]^2}$

۳ ـ شتاب زاویه‌ای آونگ زیر از رابطه $\ddot{\theta} = \frac{3g\cos\theta}{2L}$ به دست می‌آید که L طول آونگ می‌باشد. آونگ از حالت افقی در زمان $t_0 = 0$ رها می‌شود. زمان t_1 را که آونگ از زاویه $\theta = 30^\circ$ می‌گذرد کدام است؟ $(\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{d\theta}{\sqrt{\sin\theta}} = A)$



۱) $AL\sqrt{\frac{3g}{L}}$ ۲) $\frac{g}{L}\sqrt{\frac{3L}{2A}}$

۳) $\sqrt{\frac{2g}{3LA^2}}$ ۴) $\sqrt{\frac{A^2 L}{3g}}$

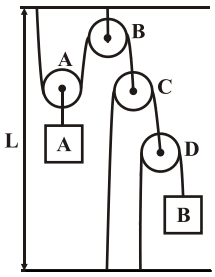
www.topsoal.ir

۴ ـ توپی را به سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. شتاب حرکت توپ در اثر مقاومت هوا در راستای قائم به سمت بالا $a_۱ = -g - ۲kv^۲$ و به سمت پایین برابر با $a_۲ = g + ۲kv^۲$ می‌باشد. حداکثر ارتفاع آن در بالا H و سرعت برخورد آن با زمین v_f به ترتیب برابر است با:

$(k = ۰/۰۰۸m^{-۱})$ و $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۸/۵ , ۱۴/۲۳ ۲) ۲۰ , ۱۵/۴۶ ۳) ۱۹/۲ , ۱۶ ۴) ۲۱ , ۱۷/۷۶

۵ ـ معادله تغییر مکان وزنه A به صورت $y = \frac{۲t^۲}{۳}$ می‌باشد. شتاب وزنه B برابر با کدام گزینه است؟



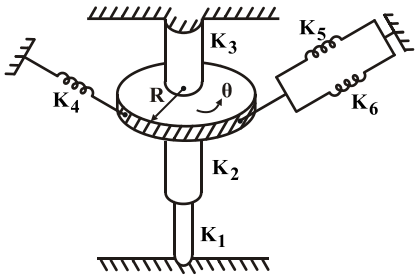
۱) ۱۰

۲) $\frac{۳۲}{۳}$

۳) ۱۱

۴) $\frac{۳۴}{۳}$

۶ ـ فنر معادل پیچشی برای سیستم زیر کدام گزینه می‌باشد؟



۱) $k_{eq} = k_۴ + k_۵ + k_۶ + \frac{k_۱ + k_۲ + k_۳}{R^۲}$

۲) $k_{eq} = k_۱ + k_۲ + k_۳ + \frac{(\frac{k_۲k_۳}{k_۲ + k_۳} + k_۱)}{R^۲}$

۳) $k_{eq} = k_۳ + \frac{k_۱k_۲}{k_۱ + k_۲} + (k_۴ + k_۵ + k_۶)R^۲$

۴) $k_{eq} = (\frac{k_۵k_۶}{k_۵ + k_۶} + k_۴)R^۲ + k_۱ + k_۲ + k_۳$

۷ ـ سیستم جرم و فنر با میرایی ویسکوز از حالت تعادل کشیده شده و رها می‌شود. حرکت سیستم به گونه‌ای است که دامنه حرکت در هر نوسان ۱۰% کاهش می‌یابد. ζ چقدر است؟ $(Ln(\frac{۱۰}{۹}) = ۰/۱)$

۱) ۱۰×۱۰^{-۳} ۲) ۱۲×۱۰^{-۳} ۳) ۱۴×۱۰^{-۳} ۴) ۱۶×۱۰^{-۳}

۸ ـ میله یکنواختی توسط دو سیم عمودی به طول h که در فواصل a و b از مرکز جرم قرار دارند به صورت افقی آویزان است. اگر ضربه کوچکی به میله وارد شودآن گاه میله..... . $(b > a)$

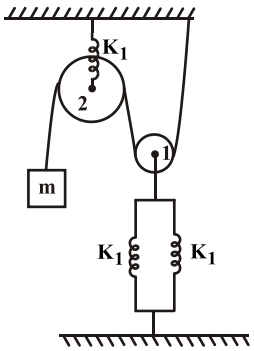
۱) حول خط عمودی به فاصله $\frac{a}{۲}$ از مرکز جرم نوسان می‌کند.

۲) حول خط عمودی به فاصله $\frac{b}{۲}$ از مرکز جرم نوسان می‌کند.

۳) حول خط عمودی که از مرکز جرم می‌گذرد نوسان می‌کند.

۴) حول خط عمودی در وسط فاصله میان دو سیم نوسان می‌کند.

۹ ـ فرکانس طبیعی در سیستم زیر کدام گزینه می‌باشد؟

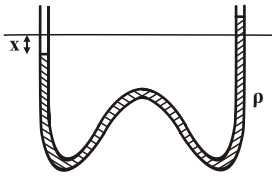


۱) $\omega_n = \sqrt{\frac{k_۱}{۱۲m}}$ ۲) $\omega_n = \sqrt{\frac{۳k_۱}{۱۲m}}$

۳) $\omega_n = \sqrt{\frac{۴k_۱}{۱۲m}}$ ۴) $\omega_n = \sqrt{\frac{۲k_۱}{۱۲m}}$

www.topsoal.ir

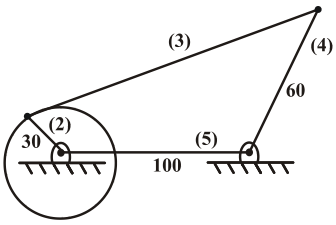
۱۰ـ دوره تناوب نوسان سیال در درون مانومتر زیر برابر است با: (L طول سیال در داخل مانومتر می‌باشد)



۱) $T_n = \sqrt{\frac{3\pi^2 L}{2g}}$ ۲) $T_n = \sqrt{\frac{2\pi^2 L}{g}}$

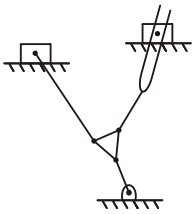
۳) $T_n = \sqrt{\frac{3\pi^2 g}{L}}$ ۴) $T_n = \sqrt{\frac{2\pi^2 g}{3L}}$

۱۱ـ در مکانیزم شکل روبرو مقدار تفاضل حداکثر و حداقل طول میله ۳ کدام است؟ در حالتی که عضو ۲ بتواند دوران کند و عضو ۴ فقط نوسان کند. (مقادیر به mm می‌باشد)



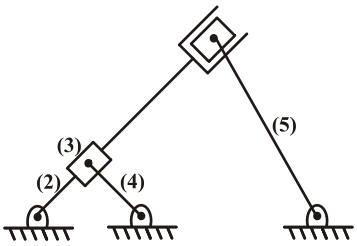
۱) ۶۰
۲) ۷۰
۳) ۱۳۰
۴) ۹۰

۱۲ ـ تعداد درجات آزادی مکانیزم زیر برابر با کدام گزینه می‌باشد؟



۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۱۳ـ تعداد درجات آزادی و تعداد مراکز آنی ماکزیمم در شکل زیر به ترتیب برابر با کدام گزینه است؟

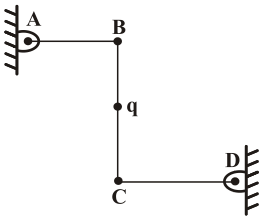


۱) ۱ و ۱۵
۲) ۲ و ۱۵
۳) ۲ و نمی‌توان تعیین کرد.
۴) ۱ و نمی‌توان تعیین کرد.

۱۴ ـ در شکل سوال قبل، مرکز آنی زمین و عضو ۳ کدام است؟

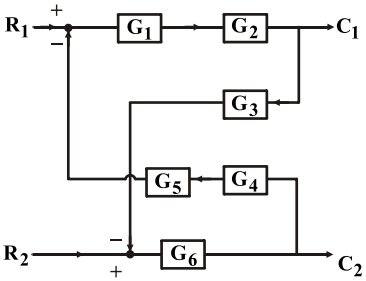
۱) محل تلاقی عضو ۴ و ۳ ۲) درامتداد عضو ۴ و در ∞ ۳) درامتداد عضو ۲ و در ∞ ۴) محل تلاقی عضو ۲ و زمین

۱۵ـ منحنی مسیر نقطه q به ازای موقعیت‌های متعدد مکانیزم سه میله ای مقابل، کدام است؟ (نقطه q در وسط میله BC قرار دارد)



۱)
۲)
۳)
۴)

۱۶ ـ در دیاگرام بلوکی مقابل، تابع تبدیل $\frac{C_1}{R_2}$ برابر کدام گزینه است؟



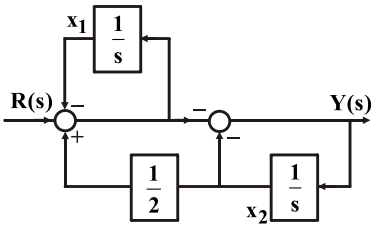
۱) $\frac{-G_1G_2G_4G_5G_6}{1-G_1G_2G_3G_4G_5G_6}$ ۲) $\frac{G_1G_2G_4G_5G_6}{1-G_1G_2G_3G_4G_5G_6}$

۳) $\frac{G_3+G_1G_2G_4G_5G_6}{1+G_1G_2G_3G_4G_5G_6}$ ۴) $\frac{+G_1G_2}{1-G_1G_2G_3G_4G_5G_6}$

www.topsoal.ir

۱۷ـ برای دیاگرام بلوکی زیر، کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$$[\dot{x}] = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \qquad [x] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$



۱) $[\dot{x}] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}[x] + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} r$

۲) $[\dot{x}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}[x] + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} r$

۳) $[\dot{x}] = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}[x] + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} r$

۴) $[\dot{x}] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}[x] + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} r$

۱۸ـ با توجه به معادلات حالت روبرو تابع تبدیل سیستم $G(S) = \frac{y(s)}{u(s)}$ کدام گزینه است؟

$$[\dot{x}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}[x] + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad y = [10\ ,\ 0]x$$

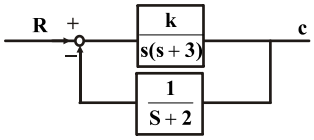
۱) $\frac{10(s+1)}{2s^2+3s+4}$

۲) $\frac{10}{2s^2+3s+4}$

۳) $\frac{10(s+1)}{s^2+4s+3}$

۴) $\frac{10}{s^2+4s+3}$

۱۹ـ با توجه به دیاگرام بلوکی مقابل حدود k برای پایداری چقدر است؟



۱) $k > 30$

۲) $k < 30$

۳) $30 < k < 40$

۴) $0 < k < 30$

۲۰ـ معادله مشخصه سیستمی بصورت مقابل است. وضعیت پایداری در کدام گزینه صحیح می باشد؟ $S^4 + S^3 + 3S^2 + 3S + 6 = 0$

۱) سیستم پایدار است.

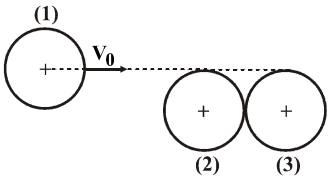
۲) سیستم ۱ ریشه در سمت راست محور موهومی دارد.

۳) سیستم ۲ ریشه در سمت راست محور موهومی دارد.

۴) سیستم ۳ ریشه در سمت راست محور موهومی دارد.

www.topsoal.ir

۲۱ـ گوی (۱) با سرعت $V_\circ$ مطابق شکل به گوی (۲) و (۳) که ساکن هستند برخورد می‌کند. اگر جرم و شعاع هر سه گوی یکسان باشند، سرعت گوی (۳) پس از برخورد چقدر است؟ (ضریب برخورد بین هر سه گوی e می‌باشد و از اصطکاک صرف‌نظر کنید)



۱) $\frac{۳(۲+e)^۲ V_\circ}{۱۶}$

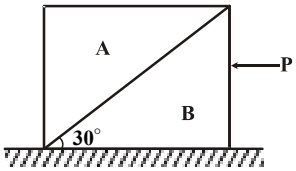
۲) $\frac{۳(۱+e)^۲ V_\circ}{۱۶}$

۳) $\frac{۳(۱+۲e)^۲ V_\circ}{۱۶}$

۴) $\frac{e^۲}{۴} V_\circ$

www.topsoal.ir

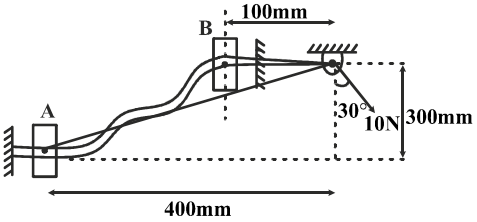
۲۲ـ بلوک‌های B و A هر کدام به جرم m مطابق شکل قرار دارند. ماکزیمم نیروی افقی P که می‌توان به B اعمال کرد چقدر باشد تا A نسبت به B حرکت نکند؟ (تمام سطوح صیقلی و بدون اصطکاک می‌باشند.)



۱) $\frac{2mg}{\sqrt{3}}$ ۲) $\frac{mg}{\sqrt{3}}$

۳) mg ۴) $\frac{mg}{2}$

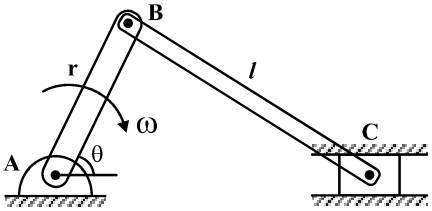
۲۳ـ لغزنده‌ای به جرم 1kg آزادانه در امتداد میله منحنی شکل ثابت، از مکان A تا مکان B در صفحه قائم تحت اثر نیروی ثابت 10N به وسیله طنابی حرکت داده می‌شود. اگر لغزنده از حالت سکون در A شروع به حرکت کند، سرعت آن هنگامی که به مکان B می‌رسد، چقدر است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s}$ ۲) $\sqrt{2}\frac{m}{s}$

۳) $2\sqrt{2}\frac{m}{s}$ ۴) $2\frac{m}{s}$

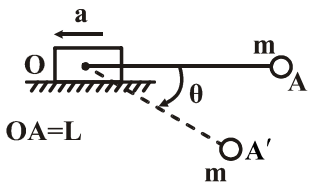
۲۴ـ در مکانیزم لنگ و لغزنده زیر بازوی AB با سرعت زاویه‌ای ثابت ω دوران می‌کند. سرعت دورانی بازوی BC (ω_{BC}) کدام است؟



۱) $\omega_{BC} = \frac{l\omega}{r} \times \frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\frac{l^2}{r^2}\sin^2\theta}}$ ۲) $\omega_{BC} = \frac{r\omega}{l} \times \frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\frac{r^2}{l^2}\cos^2\theta}}$

۳) $\omega_{BC} = \frac{l\omega}{r} \times \frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\frac{l^2}{r^2\cos^2\theta}}}$ ۴) $\omega_{BC} = \frac{r\omega}{l} \times \frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\frac{r^2}{l^2}\sin^2\theta}}$

۲۵ـ در شکل مقابل لغزنده o با شتاب ثابت a حرکت می‌کند. اگر جرم m از حالت سکون در $\theta = 0$ رها شود. سرعت زاویه‌ای ریسمان برحسب θ برابر کدام گزینه می‌باشد؟



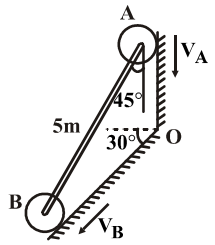
۱) $\omega = \sqrt{\frac{2}{L}[g\sin\theta + a(\cos\theta - 1)]}$

۲) $\omega = \sqrt{\frac{2}{L}[g\sin\theta + a(\cos\theta + 1)]}$

۳) $\omega = \sqrt{\frac{2}{L}[g\cos\theta + a(\sin\theta - 1)]}$

۴) $\omega = \sqrt{\frac{2}{L}[g\cos\theta + a(\sin\theta + 1)]}$

۲۶ـ غلتک A و B همواره در تماس با سطوح می‌باشند چنان‌چه سرعت غلتک A برابر $6\frac{m}{s}$ باشد، سرعت زاویه میله AB چقدر است؟ $(\sin 75^\circ = 0/966)$

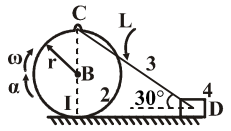


۱) $2/1\frac{rad}{s}$ ۲) $0/85\frac{rad}{s}$

۳) $1/08\frac{rad}{s}$ ۴) $1/5\frac{rad}{s}$

www.topsoal.ir

۲۷ـ در شکل مقابل دیسک۲ با سرعت زاویه‌ای ω و شتاب زاویه‌ای α حرکت غلتش خالص انجام می‌دهد. شتاب نقطهٔ c برابر با چه عددی می‌باشد؟



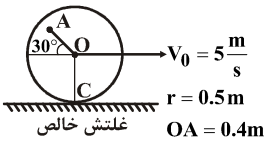
۱) $a_c = r\sqrt{\omega^4 + 4\alpha^2}$

۲) $a_c = r\sqrt{\omega^4 + \alpha^2}$

۳) $a_c = r\sqrt{\omega^4 + 2\alpha^2}$

۴) $a_c = L\omega^2 + r\sqrt{\omega^4 + \alpha^2}$

۲۸ ـ در شکل مقابل دیسک بر روی سطح افقی حرکت غلتش خالص انجام می‌دهد. سرعت خطی مرکز دیسک $V_0 = 5\frac{m}{s}$ است. سرعت نقطه A برابر با کدام گزینه می‌باشد؟



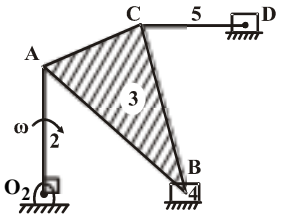
۱) $\sqrt{41}\frac{m}{s}$

۲) $\sqrt{51}\frac{m}{s}$

۳) $\sqrt{61}\frac{m}{s}$

۴) $\sqrt{21}\frac{m}{s}$

۲۹ـ اگر در لحظه موردنظر میله CD افقی باشد سرعت نقطه D برابر با چه عددی است؟



$(O_2B \parallel CD)$

$O_2A = AC = CD$

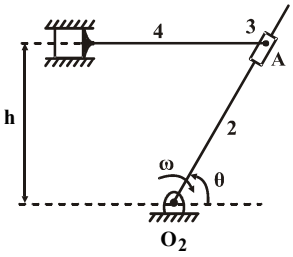
۱) $V_D = \frac{3}{2}V_A$

۲) $V_D = \frac{V_A}{2}$

۳) $V_D = 2V_A$

۴) $V_D = V_A$

۳۰ـ لینک۲ با سرعت زاویه‌ای ω حول نقطه O_2 دوران می‌کند. سرعت لغزندهٔ۴ برابر است با:



۱) $\frac{h\omega}{\sin\theta}$

۲) $h\omega \cdot \sin\theta$

۳) $\frac{h\omega}{\sin^2\theta}$

۴) $h\omega \cdot \sin^2\theta$

۳۱ـ بخشی از یک دستگاه مکانیکی به جرم ۱/۹۵kg در یک میدان چسبندهٔ ویسکوز می‌لرزد. اگر یک نیروی هماهنگ با دامنه ۲۴/۶۴N در آهنگ (فرکانس) طبیعی دستگاه با پریود ۰/۲ ثانیه آن را با دامنه ۱/۲۷ سانتی‌متر بلرزاند، ضریب میرایی دستگاه چقدر است؟

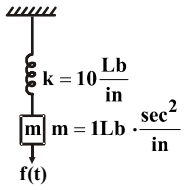
۱) $61/3\frac{N.s}{m}$

۲) $73/2\frac{N.s}{m}$

۳) $81/6\frac{N.s}{m}$

۴) $56/4\frac{N.s}{m}$

۳۲ـ پاسخ سیستم شکل روبرو به نیروی هارمونیک زیر کدام است؟ $(f(t) = 10\sin 0/5t + 10\cos 1/5t + 20\sin t + 20\cos 2t)$



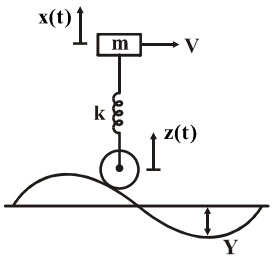
۱) $20\cos t$

۲) $30\cos 1/5t$

۳) $1/03\sin 0/5t + 2/22\sin t + 1/29\cos 1/5t + 3/3\cos 2t$

۴) $20\cos t + 20\sin 2t + 10\sin 0/5t + 10\cos 1/5t$

۳۳ـ شکل زیر نمونه ساده‌ای از یک خودرو را به هنگام گذر از ناهمواری‌های جاده نشان می‌دهد. دامنه لرزش برای سرعت‌های مختلف و خطرناک‌ترین تندی خودرو کدام است ؟



۱) $V = \frac{L}{\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}, \frac{X}{Y} = \frac{1}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}$

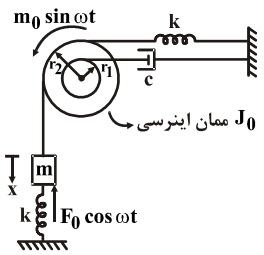
۲) $V = \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}, \frac{X}{Y} = \frac{2}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}$

۳) $V = \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}, \frac{X}{Y} = \frac{1}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}$

۴) $V = \frac{L}{\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}, \frac{X}{Y} = \frac{2}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}$

www.topsoal.ir

۳۴ـ معادله دیفرانسیل حاکم بر سیستم زیر با فرض غلتش بر طبق گزینه‌های زیر کدام است؟ $(r_2 = 2r_1)$



۱) $(m+\frac{J_0}{r_1^2})\ddot{x}+2c\dot{x}+5kx = M_0\sin\omega t - F_0\cos\omega t$

۲) $(m+\frac{J_0}{4r_1^2})\ddot{x}+c\dot{x}+5kx = \frac{M_0}{r_1}\sin\omega t - F_0\cos\omega t$

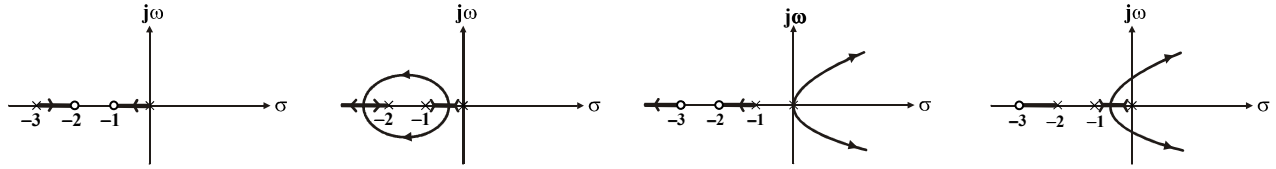
۳) $(m+\frac{J_0}{4r_1^2})\ddot{x}+\frac{c\dot{x}}{4}+2kx = \frac{M_0}{2r_1}\sin\omega t - F_0\cos\omega t$

۴) $(m+\frac{J_0}{r_1^2})\ddot{x}+c\dot{x}+3kx = M_0\sin\omega t - F_0\cos\omega t$

۳۵ ـ می‌خواهیم یک سیستم تهویه هوا به وزن $1000\,N$ را روی پشت بام یک ساختمان نصب کنیم به علت ناميزانی در موتور، سیستم با فرکانس $60\,Hz$ ارتعاش می‌کند، برای جداسازی ارتعاشات از ساختمان، سیستم را روی یک سری فنر با مجموع سختی k نصب می‌کنیم. در کدام از حالات زیر ارتعاشات کمتری به بدنه ساختمان منتقل می‌شود؟

۱) $k = 2\times10^6$ ۲) $k = 3\times10^6$ ۳) $k = 10^6$ ۴) $k = 4\times10^6$

۳۶ـ مکان هندسی ریشه‌های سیستم مشخص شده با معادله مشخصه روبرو برای $k > 0$ در کدام گزینه آمده است؟ $(1+k)s^2+(1+5k)s+6k = 0$



(۱) (۲) (۳) (۴)

۳۷ ـ تابع تبدیل حلقه باز با فیدبک منفی واحد سیستمی به شکل $G(s)=\frac{k(s+3)}{s(s+1)(s+3)}$ می‌باشد. با فرض $k > 0$ و با توجه به مکان هندسی ریشه‌ها کدام یک از عبارات زیر درست است؟

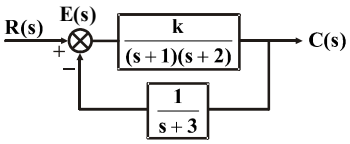
۱) خطی که از نقطه -1 به موازات محور موهومی رسم می‌شود، مجانب مکان هندسی است.

۲) فاصله $[-\infty,-4],[0,-1]$ جزء مکان هندسی است.

۳) سیستم ناپایدار است.

۴) محل تقاطع مجانب‌ها با محور حقیقی در سمت راست محور موهومی است.

۳۸ـ به ازای چه مقدار k خطای حالت ماندگار سیستم کنترل نشان داده شده به ازای ورودی پله واحد برابر $0/06$ خواهد شد؟



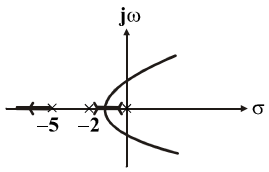
۱) $k = 94$

۲) $k = 100$

۳) $k = 6$

۴) دستیابی این خطای ماندگار ممکن نیست.

۳۹ ـ شکل زیر مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه یک سیستم کنترل را نشان می‌دهد. مقدار k و فرکانس نوسان (ω) بحرانی کدام است؟ (سیستم را با فیدبک واحد منفی در نظر بگیرید)



۱) $k_c = 35$ و $\omega = \sqrt{10}$

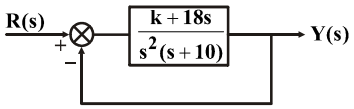
۲) $k_c = 70$ و $\omega = \sqrt{10}$

۳) $k_c = 35$ و $\omega = 2\sqrt{10}$

۴) $k_c = 70$ و $\omega = 2\sqrt{10}$

www.topsoal.ir

۴۰ـ به ازای کدام مقدار k مکان هندسی ریشه‌های سیستم کنترل حلقه بسته شکل زیر از نقطهٔ $(-۱+j)$ می‌گذرد؟



۱) $k = ۱۶$

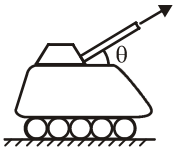
۲) $k = ۱۰$

۳) $k = ۱۶۰$

۴) $k = ۱/۶$

www.topsoal.ir

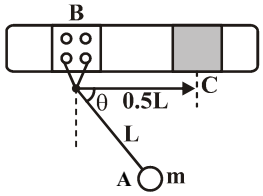
۴۱- گلوله‌ای مطابق شکل توسط تانک با زاویه θ نسبت به افق پرتاب می‌شود. تانک از حالت سکون همزمان با پرتاب گلوله با چه شتابی حرکت کند تا اینکه گلوله بر روی خود تانک فرود آید؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید)



۱) $4g\tan\theta$ ۲) $g\tan\theta$

۳) $g\cot\theta$ ۴) $4g\cot\theta$

۴۲ـ آونگ ساده A به جرم m و طول L از نقاله B به جرم $\frac{m}{2}$ آویزان شده است. اگر سیستم از حالت سکون در $\theta=0$ رها شود. هنگامیکه آونگ از وضیت قائم عبور می‌کند آیا نقاله به مانع C برخورد می‌کند (اصطکاک ناچیز است)



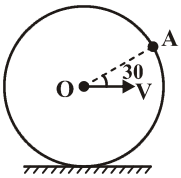
۱) برخورد می‌کند.

۲) برخورد نمی‌کند.

۳) جهت حرکت نقاله به سمت چپ است

۴) نمی‌توان اظهارنظر کرد.

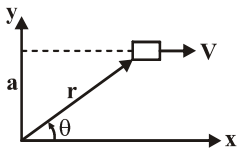
۴۳ ـ مرکز دیسک نشان داده شده در شکل با سرعت V بر روی سطح می‌غلتد اگر سرعت زاویه‌ای دیسک ω باشد سرعت نقطه A در این لحظه برابر است با:



۱) $\sqrt{\frac{3}{2}}V$ ۲) $\sqrt{3}V$

۳) V ۴) $\frac{3}{2}V$

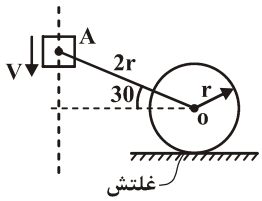
۴۴ـ ذره‌ای مطابق شکل با سرعت ثابت V در مسیر افقی حرکت می‌کند مقدار $\ddot{r}$ برابر است با:



۱) $\frac{V}{a}\sin^2\theta$ ۲) $\frac{V^2}{a}\sin^3\theta$

۳) $2\frac{V}{a}\cos\theta\sin^2\theta$ ۴) $\frac{V^2}{a}\sin^2\theta$

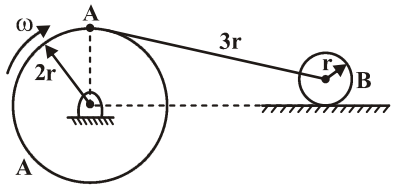
۴۵ـ برای موقعیت نشان داده شده شتاب زاویه‌ای چرخ برابر است با:



۱) $-\frac{4\sqrt{3}}{3}\frac{v^2}{r^2}\vec{k}$ ۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{v^2}{r^2}\vec{k}$

۳) $-\frac{4\sqrt{3}}{9}\frac{v^2}{r^2}\vec{k}$ ۴) $\frac{4\sqrt{3}}{9}\frac{v^2}{r^2}\vec{k}$

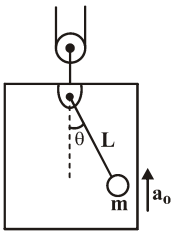
۴۶ـ دیسک A با سرعت زاویه‌ای ثابت ω دوران می‌کند. سرعت زاویه‌ای دیسک B بعد از گذشت مدت زمان $t=\frac{\pi}{3\omega}(s)$ از لحظه نشان داده شده برابر است با:



۱) ω ۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}\omega$

۳) 2ω ۴) صفر

۴۷ـ آونگ ساده در بالابری قرار دارد. اگر آونگ به اندازه‌ی $\theta_0=\frac{\pi}{2}$ از موقعیت قائم جابه‌جا شود و رها گردد. کشش T_0 در زمانیکه $\theta=0$ است برابر است با:



۱) $m(g+a_0)$

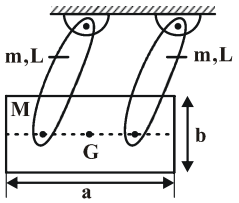
۲) $3m(g+a_0)$

۳) $3m(g-a_0)$

۴) $3mg$

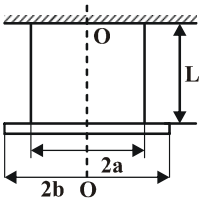
www.topsoal.ir

۴۸ـ بلوکی به جرم M توسط دو میله باریک یکنواخت، هریک به جرم m و طول L آویزان شده است. فرکانس طبیعی نوسانات کوچک مجموعه کدام است؟



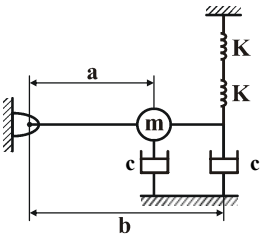
۱) $w_n=\sqrt{\frac{g}{L}(\frac{m+M}{M+\frac{۲}{۳}m})}$ ۲) $w_n=\sqrt{\frac{g}{L}(\frac{m+۲M}{۲M+\frac{۲}{۳}m})}$ ۳) $w_n=\sqrt{\frac{g}{L}(\frac{m+\frac{M}{۲}}{M+\frac{۲}{۳}m})}$ ۴) $w_n=\sqrt{\frac{g}{۲L}(\frac{m+۲M}{M+\frac{۲}{۳}m})}$

۴۹ـ یک میله به جرم m و طول $۲b$ به صورت زیر درنظربگیرید که توسط دوکابل به صورت افقی آویزان شده است. فرکانس نوسانات چرخش افقی (چرخش حول محور $o-o$) کدام است؟



۱) $w_n=\sqrt{\frac{۱۲ga}{b^۲}}$ ۲) $w_n=\sqrt{\frac{۳g}{l}.\frac{a^۲}{b^۲}}$ ۳) $w_n=\sqrt{\frac{۳ga}{b^۲}}$ ۴) $w_n=\sqrt{\frac{۱۲g}{l}.\frac{a^۲}{b^۲}}$

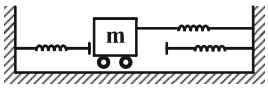
۵۰ـ برای سیستم شکل زیر میزان فرکانس طبیعی میرا کدام است؟

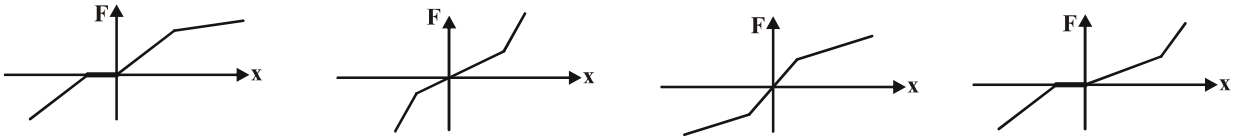


۱) $\sqrt{\frac{۲K}{m}(\frac{b}{a})^۲-(\frac{c}{m})^۲(\frac{a^۲+b^۲}{a^۲})}$ ۲) $\sqrt{\frac{K}{۲m}(\frac{a}{b})^۲-(\frac{c}{m})^۲(\frac{a^۲+b^۲}{a^۲})}$

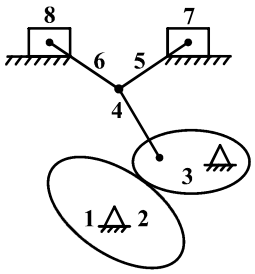
۳) $\sqrt{\frac{K}{۲m}(\frac{b}{a})^۲-(\frac{c}{۲m})^۲(\frac{a^۲+b^۲}{a^۲})}$ ۴) $\sqrt{\frac{۲K}{m}(\frac{a}{b})^۲-(\frac{c}{m})^۲(\frac{a^۲+b^۲}{a^۲})}$

۵۱ـ منحنی نیرو ـ تغییر مکان سیستم زیر کدام است؟ (ثابت فنرها مساوی K است).





(۱) (۲) (۳) (۴)



۵۲- در مکانیزم زیر، تعداد درجات آزادی چقدر است؟

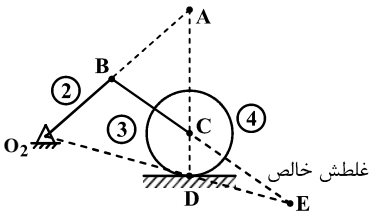
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۱

۵۳ - در شکل روبرو مرکز آنی ۱۳ کجا قرار دارد؟



۱) C

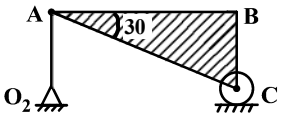
۲) D

۳) E

۴) A

www.topsoal.ir

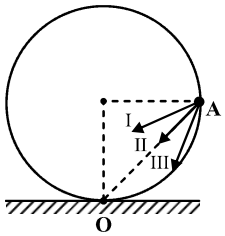
۵۴- با توجه به مکانیزم روبرو و توجه به اینکه سرعت نقطه A، V باشد سرعت خطی نقطه C چقدر است؟



$\overline{O_2A} = \overline{BC}$

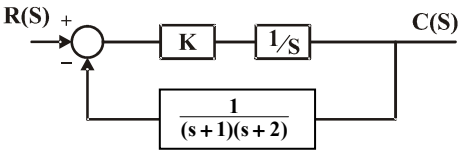
۱) $2V$
۲) $V \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
۳) V
۴) $\frac{V}{2}$

۵۵ - با توجه به اینکه سرعت زاویه‌ای دیسک به شعاع $12cm$, $\sqrt{5}\frac{rad}{s}$ و شتاب زاویه‌ای آن $5\frac{rad}{s^2}$ است کدام بردار شتاب نسبی نقطه A نسبت به مرکز دوران را صحیح نشان می‌دهد؟



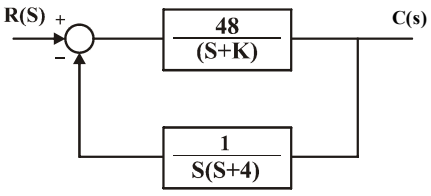
۱) بردار II و اندازه آن $60\sqrt{2}$ است.
۲) بردار I و اندازه آن $12\sqrt{30}$ است.
۳) بردار III و اندازه آن $60\sqrt{2}$ است.
۴) بردار II و اندازه آن $12\sqrt{30}$ است.

۵۶ ـ به ازای چه مقداری از K، سیستم مدار بسته زیر به ازای ورودی شیب واحد دارای خطای حالت ماندگار برابر با $\frac{1}{4}$ است؟



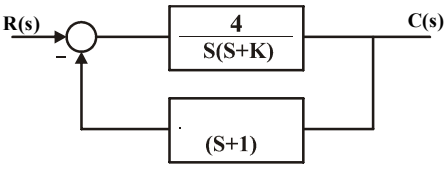
۱) $K = \frac{1}{8}$
۲) $K = 4$
۳) $K = 8$
۴) چنین K وجود ندارد

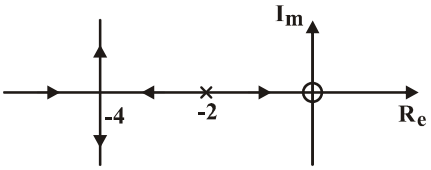
۵۷ ـ به ازای چه محدوده‌ای از K سیستم مدار بسته زیر پایدار است ؟

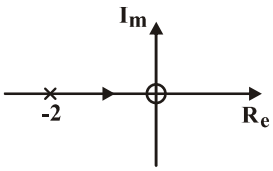


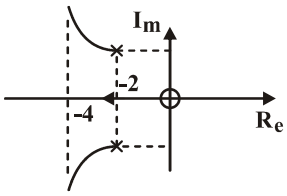
۱) $-6 < K < -4$
۲) $K > 2$ و $K < -6$
۳) $-6 < K < 2$
۴) $K > -4$ و $K < -6$

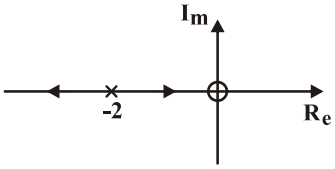
۵۸ ـ مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم نشان داده شده برحسب تغییرات K کدام یک از شکل‌های زیر می‌باشد؟



۱)


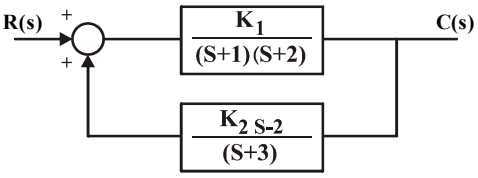
۲)


۳)


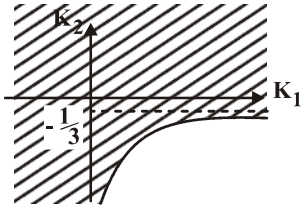
۴)


www.topsoal.ir

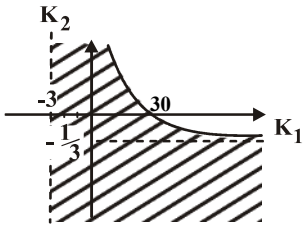
۵۹ـ در سیستم کنترل شکل زیر K_1 و K_2 در چه ناحیه‌ای تغییرمی‌کند تا سیستم پایدار بماند.



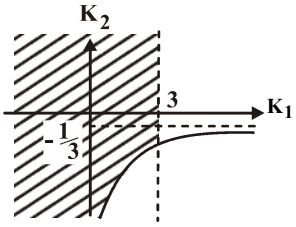
۱)



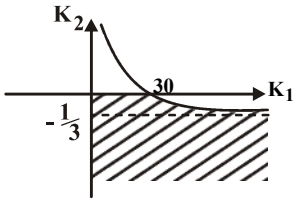
۲)



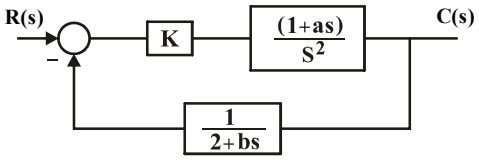
۳)



۴)



۶۰ـ برای سیستم زیر با توجه به این‌که $a > 0$ و b و K راجع به پایداری سیستم کنترلی می‌توان گفت که:



۱) سیستم حلقه بسته به ازای $a = b$ پایدار است.

۲) سیستم حلقه بسته برای $a > 2b$ پایدار است.

۳) سیستم حلقه بسته برای $b > 2a$ پایدار است.

۴) سیستم حلقه بسته همواره ناپایدار است.

www.topsoal.ir

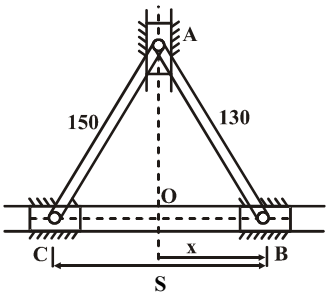
۶۱ـ دو اتومبیل با سرعت‌های V_1 و V_2 به سمت هم در حال حرکت هستند. در یک لحظه رانندگان اتومبیل‌ها، همدیگر را دیده و بلافاصله ترمز می‌کنند. اگر شتاب ترمز هر دو اتومبیل a باشد، کمترین فاصلهٔ دو اتومبیل چقدر باشد تا با هم تصادف نکنند؟

۱) $\frac{V_1^2+V_2^2}{2a}$ ۲) $\frac{(V_1+V_2)^2}{4a}$ ۳) $\frac{V_1^2-V_2^2}{4a}$ ۴) $\frac{(V_1+V_2)^2}{2a}$

۶۲ـ پرتابه‌ای با سرعت V_0 به گونه‌ای شلیک می‌شود که از دو نقطه که هر دو به یک ارتفاع از سطح قرار دارند، بگذرد. فاصلهٔ افقی این دو نقطه چقدر باشد تا برد پرتابه، بیشینهٔ مقدار خود را داشته باشد؟ (h ، ارتفاع دونقطه از سطح زمین می‌باشد)

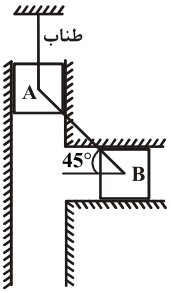
۱) $d=\frac{V_0^2}{2g}$ ۲) $d=\frac{V_0^2}{g}\sqrt{V_0^2-gh}$ ۳) $d=\frac{V_0}{g}\sqrt{V_0^2-4gh}$ ۴) $d=2V_0\sqrt{\frac{h}{g}}$

۶۳ ـ در لحظه نشان داده شده $\dot{S}=2\frac{m}{s}, x=50mm$ سرعت متناظر با نقطهٔ A کدام است؟ $(AB=130mm, AC=150mm)$



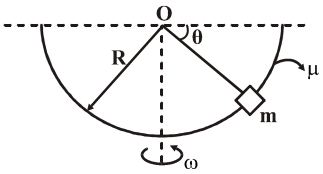
۱) $\frac{15}{28}\frac{m}{s}$ ۲) $\frac{9}{7}\frac{m}{s}$ ۳) $\frac{5}{12}\frac{m}{s}$ ۴) $1\frac{m}{s}$

۶۴ـ میلهٔ AB به طول L و به جرم m در حال سکون که در شکل نشان داده شده است، قرار دارد. اگر طناب را بسوزانیم، مقدار شتاب زاویه‌ای میله برحسب $\frac{rad}{s^2}$ چقدر است؟ (مکعب‌های A و B بدون جرم و سطوح بدون اصطکاک هستند)



۱) $\alpha=\frac{\sqrt{2}g}{2L}$ ۲) $\alpha=\frac{\sqrt{3}g}{2L}$ ۳) $\alpha=\frac{3\sqrt{2}g}{2L}$ ۴) $\alpha=\frac{3\sqrt{2}g}{4L}$

۶۵ـ جرم m می‌تواند در امتداد میلهٔ نیم دایره‌ای به شعاع R و ضریب اصطکاک μ، لغزش کند. اگر این میله حول محور قائم با سرعت زاویه‌ای ω دوران کند، رابطه بین سرعت زاویه‌ای ω و زاویهٔ θ (حالت تعادل مکانیکی جرم m در سیستم) کدام گزینه است؟

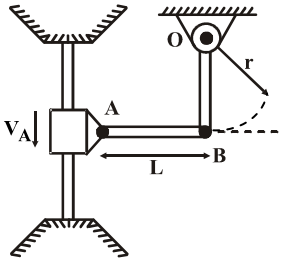


۱) $\omega=\sqrt{\frac{1+\mu\tan\theta}{\mu\cos\theta+\sin\theta}\cdot\frac{g}{R}}$ ۲) $\omega=\sqrt{\frac{1+\mu\tan\theta}{\mu\cos\theta-\sin\theta}\cdot\frac{g}{R}}$

۳) $\omega=\sqrt{\frac{1-\mu\tan\theta}{\mu\cos\theta-\sin\theta}\cdot\frac{g}{R}}$ ۴) $\omega=\sqrt{\frac{1-\mu\tan\theta}{\mu\cos\theta+\sin\theta}\cdot\frac{g}{R}}$

www.topsoal.ir

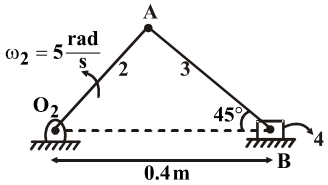
۶۶ـ بوش لغزنده به طرف بالا و پایین محور عمودی می‌تواند حرکت کند و لنگ OB را به نوسان درآورد. اگر سرعت A به هنگام عبور از وضعیتی که AB افقی و OB عمودی است، تغییر نکند، شتاب زاویه لنگ OB در آن وضعیت کدام است؟



۱) $\frac{V_A^2}{r+L}$ ۲) $\frac{V_A^2}{rL}$

۳) $\frac{V_A^2}{r(r+L)}$ ۴) $\frac{V_A^2}{L(r+L)}$

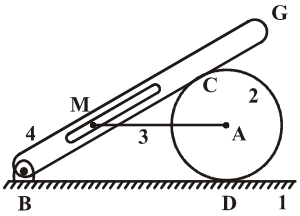
۶۷ـ در مکانیزم شکل مقابل سرعت زاویه‌ای عضو O_2A برابر $\omega_2 = 5\frac{rad}{s}$ است. اگر در لحظهٔ نشان داده شده در شکل $O_2B = 0/4m$ باشد، سرعت لغزندهٔ ۴ برابر است با:



۱) $V_4 = 4\frac{m}{s}$ ۲) $V_4 = 5\frac{m}{s}$

۳) $V_4 = 2\frac{m}{s}$ ۴) $V_4 = 1\frac{m}{s}$

۶۸ـ در مکانیزم شکل زیر مرکز آنی دوران ۳۴ یعنی I_{34} کدام نقطه است؟



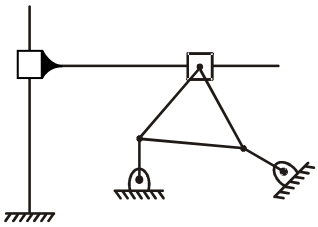
۱) نقطه M

۲) محل تلاقی AC , BD

۳) نقطه C

۴) در امتداد AC قرار دارد.

۶۹ـ مکانیزم شکل مقابل دارای چند درجه آزادی است؟



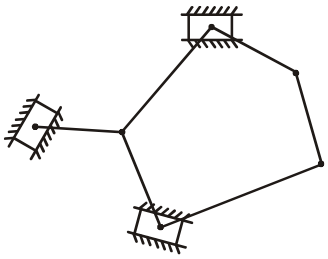
۱) صفر

۲) یک

۳) دو

۴) سه

۷۰ـ درجه آزادی مکانیزم شکل زیر برابر با کدام گزینه است؟



۱) صفر

۲) یک

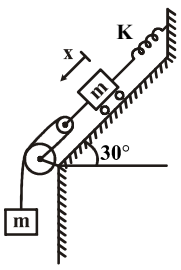
۳) دو

۴) سه

۷۱ـ یک شتاب سنج، فرکانس لرزش یک سازه را ۸۲ هرتز نشان می‌دهد. اگر شتاب بیشینه ۵۰g باشد دامنه و سرعت بیشینه چقدر است؟

۱) ۰/۰۰۱۸ و ۰/۹۵۲ ۲) ۰/۰۲۱ و ۰/۰۳۱۴ ۳) ۰/۳۶ و ۷/۰۹۲ ۴) ۴/۲۲ و ۸/۰۳۲

۷۲ـ با با توجه به شکل مقابل با صرف نظر کردن از جرم قرقره‌ها و اصطکاک، فرکانس طبیعی نوسانات کدام گزینه می‌باشد؟

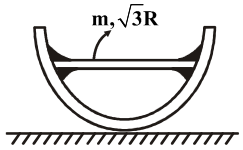


۱) $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{3m}}$ ۲) $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{5m}}$

۳) $\omega_n = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$ ۴) $\omega_n = \sqrt{\frac{2k}{5m}}$

www.topsoal.ir

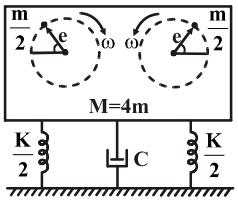
۷۳ـ میله یکنواخت به طول $\sqrt{3}R$ و جرم m درداخل یک حلقه دایره‌ای شکل بدون وزن به شعاع R جوش داده شده است. بـا فـرض غلـتش بدون لغزش، فرکانس طبیعی برای نوسانات کوچک کدام گزینه است؟



۱) $\omega_n = \sqrt{\frac{3g}{R}}$ ۲) $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{2R}}$

۳) $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{R}}$ ۴) $\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{R}}$

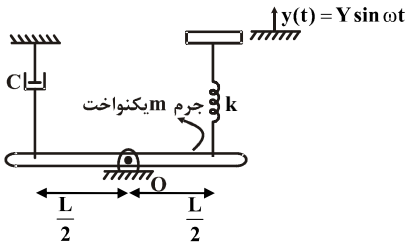
۷۴ـ سیستم ارتعاشی زیر را در نظر بگیرید $(M = 4m)$، که دارای دو جرم خارج از مرکز $\frac{m}{2}$ می‌باشد و در خلاف جهت هم با خروج از مرکز e با سرعت زاویه‌ای متغیر ω دوران می‌کنند. ضریب میرایی $\xi = 0/5$ می‌باشد. اگر در فرکانس تشدید دامنه نوسـان X_{res} یـک میلـی‌متـر باشـد، ماکزیمم مقدار دامنه X_{max} کدام است؟



۱) $\sqrt{\frac{5}{3}}mm$ ۲) $\sqrt{\frac{4}{3}}mm$

۳) $\sqrt{\frac{5}{4}}mm$ ۴) $\sqrt{\frac{8}{7}}mm$

۷۵ـ دامنهٔ پایدار دوران زاویه‌ای θ حول نقطه O در سیستم روبرو کدام است؟ (زاویه دوران θ را کوچک در نظر بگیرید)



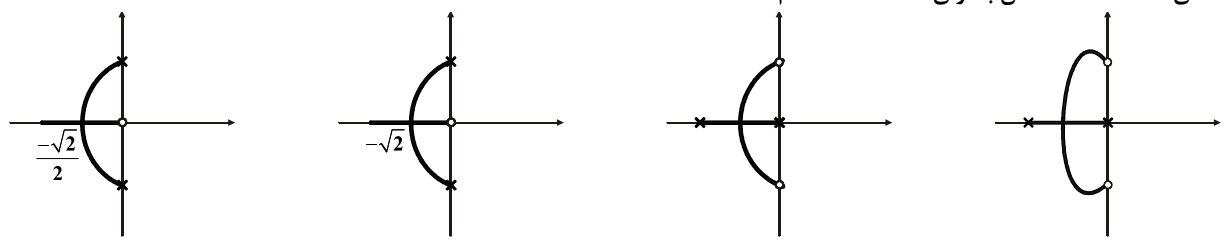
۱) $\frac{kY}{L\sqrt{(k-\frac{m\omega^2}{3})^2+(c\omega)^2}}$ ۲) $\frac{kY}{2L\sqrt{(k-m\omega^2)^2+(c\omega)^2}}$

۳) $\frac{2kY}{L\sqrt{(k-\frac{m\omega^2}{3})^2+(c\omega)^2}}$ ۴) $\frac{2kY}{L\sqrt{(k-m\omega^2)^2+(c\omega)^2}}$

۷۶ـ اگر معادلهٔ مشخصهٔ یک سیستم کنترلی به فرم $s^8+3s^7+5s^6+9s^5+9s^4+9s^3+7s^2+3s+2=0$ باشـد، بـرای بررسـی پایـداری سیستم چند مرتبه باید از معادلهٔ کمکی استفاده کرد؟

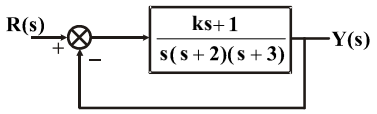
۱) یک مرتبه ۲) دو مرتبه ۳) سه مرتبه ۴) به معادله کمکی احتیاج نیست

۷۷ـ برای یک سیستم کنترلی با فیدبک واحد منفی تابع تبدیل حلقه باز به صورت $G(s)H(s)=\frac{4(s^2+3)}{2s(s+a)}$ می‌باشد. منحنـی مکـان هندسـی ریشه‌های معادله مشخصه آن به ازای $0 < a < \infty$ کدام است؟



(۱) (۲) (۳) (۴)

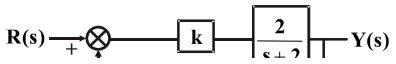
۷۸ـ در سیستم شکل زیر به ازای چه مقادیری برای k خطای حالت دائمی به ازای ورودی پله واحد صفر می‌باشد؟



۱) به ازای همه مقادیر k ۲) $k > -\frac{29}{5}$

۳) به ازای هیچ مقداری از k ۴) $k > +6$

۷۹ـ یک موتور محرکه جریان مستقیم دارای تابع تبدیل $\frac{2}{s+2}$ می‌باشد. این موتور محرکه پاسخ زمانی کندی دارد. به همین دلیل برای ایـن‌کـه پاسخ سیستم را ۱۰ برابر سریع‌تر کنیم از مدار کنترلی فیدبک زیر استفاده می‌کنیم. مقدار k چقدر باید باشد؟

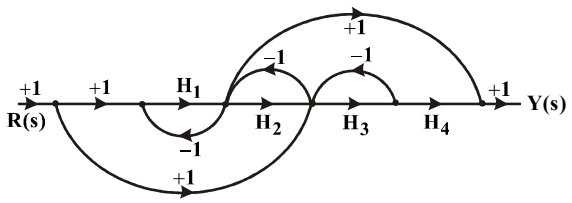


۱) ۱ ۲) ۲

www.topsoal.ir

۳) ۵ ۴) ۹

۸۰ـ تابع تبدیل بین $R(s)$ و $Y(s)$ برای نمودار بلوکی زیر برابر است با:



۱) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{H_۱H_۲H_۳H_۴ + H_۱H_۳H_۴ + H_۳H_۴ + H_۱}{۱ + H_۱ + H_۲ + H_۳}$

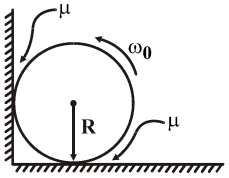
۲) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{H_۱H_۲H_۳H_۴ + H_۳H_۲H_۱ + H_۳H_۴}{H_۱ + H_۲ + H_۳ + H_۱H_۳}$

۳) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{H_۱H_۲H_۳H_۴ + H_۱H_۳H_۴ + H_۳H_۴ + H_۱H_۳ + H_۱ - ۱}{۱ + H_۱ + H_۲ + H_۳ + H_۱H_۳}$

۴) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{H_۱H_۲H_۳H_۴ + H_۱H_۳H_۴ + H_۱H_۳ + H_۱}{۱ + H_۱ + H_۲ + H_۳}$

www.topsoal.ir

۸۱ـ کره توپری به جرم m و شعاع R را حول محور افقی‌اش با سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ به دوران در می‌آوریم و سپس آن را در مقابل کنج یک دیوار قرار می‌دهیم. اگر ضریب اصطکاک لغزشی بین تمام سطوح تماس μ باشد و کره هیچ‌گاه از دیواره‌ها جدا نشود، مدت زمان لازم برای متوقف شدن کره چقدر است؟



۱) $\frac{۲}{۵}(\frac{۱-\mu}{۱+\mu})\frac{R\omega_\circ}{g}$

۲) $\frac{۲}{۵}(\frac{۱+\mu^۲}{۱+\mu})\frac{R\omega_\circ}{\mu g}$

۳) $\frac{۲}{۵}(\frac{۱-\mu}{۱+\mu^۲})\frac{R\omega_\circ}{g}$

۴) $\frac{۲}{۵}(\frac{۱+\mu}{۱-\mu})\frac{R\omega_\circ}{\mu g}$

۸۲ـ میله‌ای به طول L و جرم واحد p حول محوری که از وسطش می‌گذرد، در حال چرخش با سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ است میله به آرامی روی زمین قرار داده می‌شود تا در اثر اصطکاک با زمین متوقف شود. اگر ضریب اصطکاک میله با زمین μ باشد، زمان لازم برای توقف کامل میله چقدر است؟

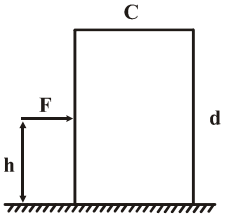
۱) $\frac{۲\omega_\circ L}{۳\mu g}$

۲) $\frac{۳\omega_\circ L}{\mu g}$

۳) $\frac{\omega_\circ L}{۳\mu g}$

۴) $\frac{\omega_\circ L}{۶\mu g}$

۸۳ـ نیروی F به یک جعبه همگن به جرم m اعمال می‌شود. ضریب اصطکاک بین جعبه و زمین μ است. مینیمم مقدار h (فاصلهٔ محل اعمال نیروی F تا زمین) چقدر باشد تا جعبه بدون واژگون شدن روی صفحه بلغزد و جلو برود؟



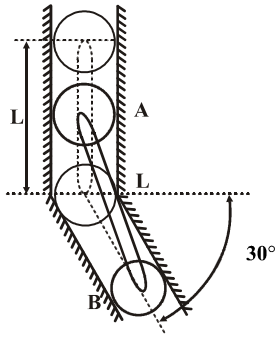
۱) $\frac{d}{۲}-\frac{mg\mu d}{۲F}-\frac{mgc}{۲F}$

۲) $\frac{d}{۲}+\frac{mg\mu d}{۲F}+\frac{mgc}{۲F}$

۳) $\frac{d}{۲}-\frac{mg\mu d}{۲F}+\frac{mgc}{۲F}$

۴) $\frac{d}{۲}+\frac{mg\mu d}{۲F}-\frac{mgc}{۲F}$

۸۴ـ میله یکنواخت باریکی به طول L از حالت سکون در وضعیت نقطه‌چین نشان داده شده رها می‌شود. زمانی که سر A به شیب ۳۰° درجه برخورد می‌کند، سرعت سر B چقدر است؟ (از جرم غلتک‌ها و اصطکاک صرف‌نظر کنید.)



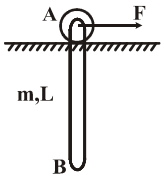
۱) $\sqrt{gL}$

۲) $\sqrt{\frac{gL}{۳}}$

۳) $\frac{\sqrt{۳gL}}{۲}$

۴) $\sqrt{۳gL}$

۸۵ـ میله یکنواختی به طول۲ متر و جرم۳ کیلوگرم در حال سکون می‌باشد. نیروی افقی ۱۰ نیوتون در نقطه A وارد می‌شود. شتاب نقطه A در لحظه اولیه اعمال نیرو و شتاب زاویه‌ای میله به ترتیب کدام است؟



۱) $a_A=\frac{۴۰}{۳}$ و $\alpha=۵$

۲) $a_A=\frac{۴۰}{۳}$ و $\alpha=۱۰$

۳) $a_A=\frac{۲۰}{۳}$ و $\alpha=۱۰$

۴) $a_A=\frac{۲۰}{۳}$ و $\alpha=۵$

۸۶ ـ کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

۱) مشکل اصلی استفاده از بادامک‌های با پیرو سرعت این است که در نقاطی از حرکت پیرو شتاب آن و در نتیجه نیروی اینرسی نامحدود می‌شود.

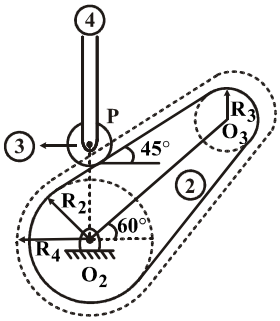
۲) چرخ لنگر برای ذخیره انرژی جنبشی و یکنواخت نمودن جریان انرژی بین منبع قدرت و مصرف کاربرد دارد.

۳) در چرخ لنگر ضریب تغییرات سرعت به صورت روبرو است: $c=\frac{۲(\omega_{max}+\omega_{min})}{\omega_{max}-\omega_{min}}$

۴) زاویه فشار در یک بادامک عبارت است از زاویه بین عمود مشترک بادامک و پیرو با مسیر حرکت پیرو

www.topsoal.ir

۸۷ـ در شکل زیر بادامک با سرعت ۱۰۰rpm دوران می‌کند. اگر $o_2o_3 = 50cm$ ، $R_2 = 30cm$ و $R_3 = 15cm$ و شعاع دایره گام $R_4 = 45cm$ و $o_2p = 50cm$ باشد، سرعت لینک۴ برحسب متر بر ثانیه کدام است؟



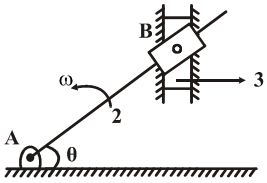
۱) $\frac{3\pi}{2\sqrt{2}}$

۲) $\frac{5\pi}{3}$

۳) $\frac{3\pi}{2}$

۴) $\frac{5\pi}{3\sqrt{2}}$

۸۸ ـ در مکانیزم شکل زیر عضو۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حول نقطه A دوران می‌کند. نسبت نیروی اینرسی لغزنده۳ به سرعت آن چقدر است؟



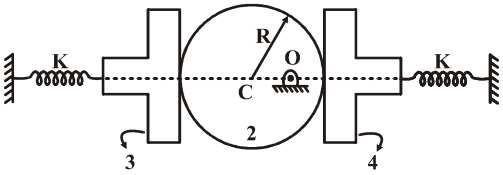
۱) $m\omega\tan\theta$

۲) $2m\omega\tan\theta$

۳) $m\omega\cot\theta$

۴) $2m\omega\cot\theta$

۸۹ـ در شکل مقابل دو فنر در سمت راست و چپ، با ثابت فنر k تماس دائمی بین پیروها و دیسک را فراهم می‌کنند. اگر $\overline{CO} = e$ باشد و سرعت زاویه دیسک ω باشد، سرعت پیرو شماره۴ و شتاب پیرو شماره۳ کدام است؟



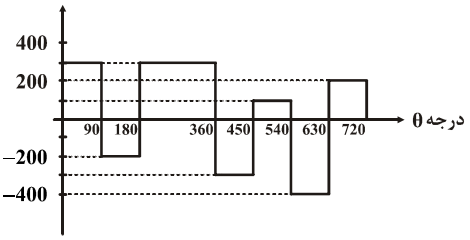
۱) $e\omega\cos\theta \quad , \quad +\frac{e\omega^2\cos\theta}{2}$

۲) $e\omega\sin\theta \quad , \quad -e\omega\cos^2\theta$

۳) $e\omega\cos\theta \quad , \quad -e\omega\sin\theta$

۴) $e\omega\sin\theta \quad , \quad +e\omega^2\cos\theta$

۹۰ـ نمودار گشتاور خروجی یک موتور تک سیلندر در شکل زیر به نمایش در آمده است. موقعیت‌هایی که در آن‌ها سرعت لنگ حداکثر و حداقل است، برابر با کدام گزینه است؟



۱) حداکثر در 270° ـ حداقل در 630°

۲) حداکثر در 360° ـ حداقل در 630°

۳) حداکثر در 200° ـ حداقل در -200°

۴) حداکثر در 270° ـ حداقل در صفر درجه

۹۱ـ پایه یک سیستم جرم ـ فنر با سرعت $\dot{y}(t) = 20(u(t) - 5)$ برانگیخته می‌شود. با فرض شرایط اولیه صفر و $m = 1kg$ و $k = 100\frac{N}{m}$، زمان متناظر با حداکثر جابه‌جایی جسم (t_p) از کدام رابطه زیر به دست می‌آید؟

۱) $t_p = \frac{\tan^{-1}2}{10}$

۲) $t_p = \frac{\sin^{-1}2}{10}$

۳) $t_p = \frac{\tan^{-1}4}{10}$

۴) $t_p = \frac{\sin^{-1}4}{10}$

۹۲ ـ نیروی $F(t) = F_0e^{-\alpha t}$ به یک سیستم جرم ـ فنر وارد می‌شود. پاسخ سیستم برای شرایط اولیه صفر یعنی $\dot{x}(0) = x(0) = 0$ کدام است؟

۱) $x(t) = \frac{F_0}{m(a^2+\omega_n^2)}[-\sin\omega_n t + \frac{a}{\omega_n}\cos\omega_n t + e^{-at}]$

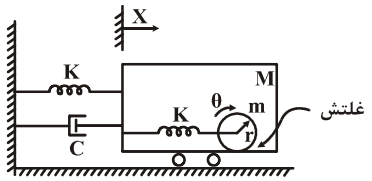
۲) $x(t) = \frac{F_0}{m(a^2+\omega^2)}[\sin\omega_n t - \frac{a}{\omega_n}\cos\omega_n t + e^{-at}]$

۳) $x(t) = \frac{F_0}{m(a^2+\omega_n^2)}[-\cos\omega_n t + \frac{a}{\omega_n}\sin\omega_n t + e^{-at}]$

۴) $x(t) = \frac{F_0}{m(a^2+\omega^2)}[\cos\omega_n t - \frac{a}{\omega_n}\sin\omega_n t + e^{-at}]$

www.topsoal.ir

۹۳ـ با فرض غلتش خالص برای دیسک، معادلات حرکتی سیستم روبرو کدام است؟ (جرم اتاقک برابر M و شعاع دیسک r می‌باشد.)



۱) $M\ddot{x} + cx + 2kx - kr\theta = 0$
$m(\ddot{x} + r\ddot{\theta}) + kr\theta - kx = 0$

۲) $2M\ddot{x} + mr\ddot{\theta} + 2c\dot{x} + 2kx - 2kr\theta = 0$
$m(\ddot{x} + \frac{3}{2}r\ddot{\theta}) + kr\theta = 0$

۳) $M\ddot{x} - mr\ddot{\theta} + c\dot{x} + 2kx - 2kr\theta = 0$
$m(\ddot{x} + r\ddot{\theta}) + kr\theta - kx = 0$

۴) $M\ddot{x} - mr\ddot{\theta} + c\dot{x} + 2kx - 2kr\theta = 0$
$m(\ddot{x} + \frac{3}{2}r\ddot{\theta}) + kr\theta - kx = 0$

۹۴ـ معادلات حرکت سیستمی به قرار زیر است. فرکانس‌های طبیعی مدهای طبیعی این سیستم کدام گزینه است؟

$$\ddot{x} = -(x-y) - x$$
$$2\ddot{y} = (x-y) - y$$

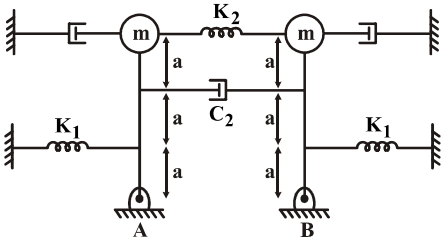
۱) $\begin{Bmatrix} 0/34 \\ 1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} -0/35 \\ 1 \end{Bmatrix}, \sqrt{1/9}, \sqrt{0/9}$

۲) $\begin{Bmatrix} -2/74 \\ 1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/74 \\ 1 \end{Bmatrix}, \sqrt{3/24}, \sqrt{1/35}$

۳) $\begin{Bmatrix} -0/36 \\ 1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 1/27 \\ 1 \end{Bmatrix}, \sqrt{2/36}, \sqrt{0/63}$

۴) $\begin{Bmatrix} -0/12 \\ 1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/36 \\ 1 \end{Bmatrix}, \sqrt{5/2}, \sqrt{1/42}$

۹۵ـ فرکانس‌های نوسان میرا (ω_d) برای سیستم نشان داده شده، کدام است؟



۱) $\omega_{d_1} = \sqrt{\frac{k_1 a - 3mg}{9ma} - \frac{c_1^2}{4m^2}}$
$\omega_{d_2} = \sqrt{\frac{(k_1 + 18k_2)a - 3mg}{9ma} - \frac{(9c_1 + 8c_2)^2}{324m^2}}$

۲) $\omega_{d_1} = \sqrt{\frac{k_1 a - 3mg}{9ma} - \frac{c_1^2}{4m^2}}$
$\omega_{d_2} = \sqrt{\frac{(k_1 + 8k_2)a - 3mg}{9ma} - \frac{(9c_1 + 8c_2)^2}{324m^2}}$

۳) $\omega_{d_1} = \sqrt{\frac{k_1 a - mg}{9ma} - \frac{c_1}{m^2}}$
$\omega_{d_2} = \sqrt{\frac{k_1 a - 4mg}{8ma} - \frac{(9c_1 + c_2)^2}{128m^2}}$

۴) $\omega_{d_1} = \sqrt{\frac{k_1 a - mg}{9ma} - \frac{c_1}{m^2}}$
$\omega_{d_2} = \sqrt{\frac{(k_1 a + 6k_2 a) - mg}{6ma} - \frac{(8c_1 + 6c_2)^2}{337}}$

۹۶ـ یک سیستم کنترلی با فیدبک واحد منفی دارای تابع تبدیل حلقه باز $G(s) = \frac{1}{s+3}$ می‌باشد. خروجی حالت ماندگار سیستم را به ازای ورودی $r(t) = 2\cos(4t + \frac{\pi}{4})$ برابر با کدام گزینه است؟

۱) $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(4t)$

۲) $y(t) = \sqrt{2}\cos 4t$

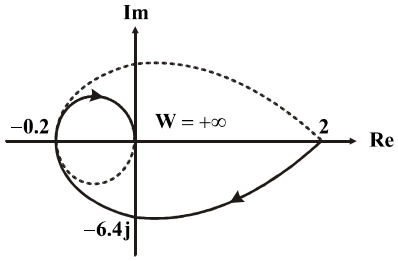
۳) $y(t) = \sqrt{2}\cos(4t + \frac{\pi}{2})$

۴) $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(4t + \frac{\pi}{2})$

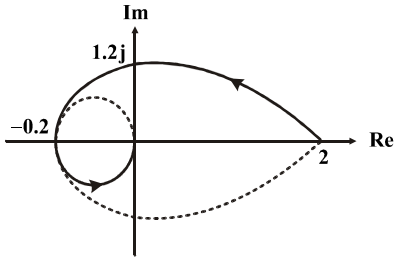
www.topsoal.ir

۹۷ـ دیاگرام نایکوئیست $G(s)=\frac{۱۲}{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}$ در کدام گزینه رسم شده است؟

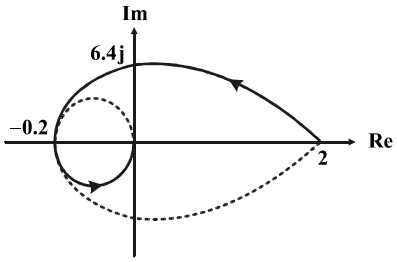
۱)



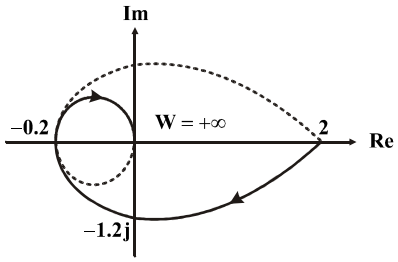
۲)



۳)



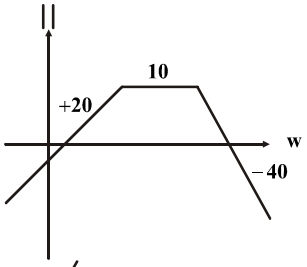
۴)

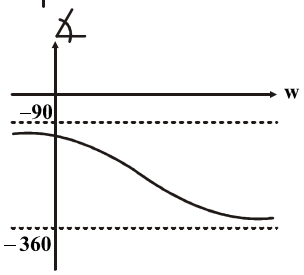


۹۸ ـ تابع تبدیل مدار باز یک سیستم به صورت $\frac{۲}{s(s^۲+۰/۵s+۱)}$ است. حد بهرهٔ آن برابر با کدام گزینه است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۲۵

ـ کدام گزینه با توجه به دیاگرام بود رسم شده درست است؟





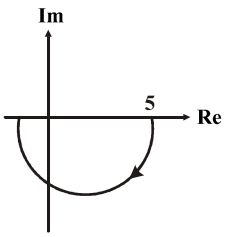
۱) سیستم پایدار است: $PM>۰$, $GM>۰$

۲) سیستم ناپایدار است: $PM<۰$, $GM<۰$

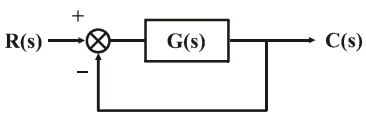
۳) سیستم ناپایدار است: $PM<۰$, $GM>۰$

۴) سیستم ناپایدار است: $PM>۰$, $GM<۰$

۱۰۰ـ دیاگرام نایکوئیست تابع تبدیل مدار باز $G(j\omega)$ در شکل (الف) زیر آورده شده است. در سیستمی با شکل (ب) پس خوراند واحد منفی خروجی حالت ماندگار کدام است؟



شکل (الف)



شکل (ب)

۱) $\frac{۱}{۵}$

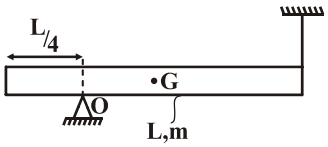
۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۶}{۵}$

۴) $\frac{۵}{۶}$

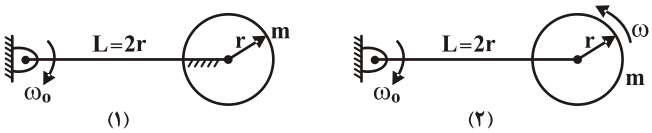
www.topsoal.ir

۱۰۱- تیر افقی به وزن $w = mg$ در فاصله $\frac{}{۴}$ از لبه سمت چپ مفصل شده است. در لحظه بعد از پاره شدن طناب کدام گزینه صحیح می‌باشد؟



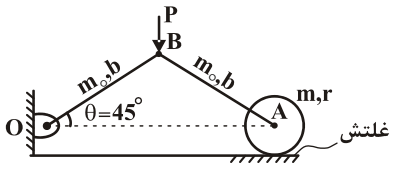
۱) عکس‌العمل تکیه‌گاه در مفصل برابر $۰/۵w$ می‌باشد.
۲) عکس‌العمل تکیه‌گاه در مفصل کوچکتر از $۰/۵w$ می‌باشد.
۳) عکس‌العمل تکیه‌گاه در مفصل بزرگتر از $۰/۵w$ می‌باشد.
۴) عکس‌العمل تکیه‌گاه در مفصل بزرگتر از $۰/۶w$ می‌باشد.

۱۰۲ - نسبت مومنتوم زاویه‌ای دیسک $\frac{Ho_۱}{Ho_۲}$، در حالتیکه دیسک به میله جوش شده و زمانیکه دیسک جوش نشده و با سرعت زاویه‌ای $\omega = ۲\omega_۰$ دوران می‌کند برابر است با:



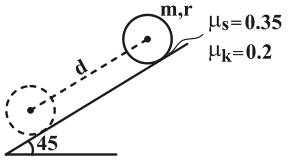
۱) $\frac{۹}{۷}$
۲) ۱
۳) $\frac{۹}{۵}$
۴) $\frac{۹}{۱۱}$

۱۰۳- نیروی ثابت $p = mg$ به نقطه‌ی B از مکانیزم نشان داده شده اثر می‌کند سرعت زاویه‌ای ω لینک AB در لحظه‌ای که لینک OB از وضعیت افق می‌گذرد برابر است با:



۱) $\sqrt{۲\sqrt{۳}\frac{g}{b}}$
۲) صفر
۳) $\sqrt{۳\sqrt{۲}\frac{g}{b}}$
۴) $\sqrt{۶\frac{g}{b}}$

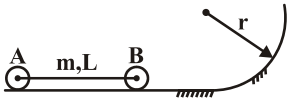
۱۰۴- دیسکی به جرم m و شعاع r مطابق شکل رها می‌شود. مرکز جرم آن به اندازه‌ی b جابه‌جا می‌شود. چه مقدار انرژی در این جابه‌جایی تلف شده است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}mgd$
۲) $\frac{۳۵}{۲۰۰}\sqrt{۲}mgd$
۳) نمی‌توان محاسبه کرد.
۴) صفر

www.topsoal.ir

۱۰۵- مجموعه نشان داده شده با سرعت ثابت V در حال حرکت می‌باشد. نیروی وارد بر چرخ در لحظه ورود به مسیر دایروی در نقطه A با چه شرطی وجود خواهد داشت:



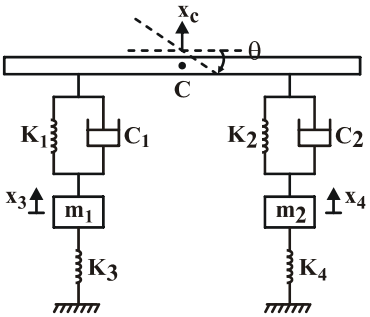
۱) $\frac{۲}{۳}\frac{v^۲}{g}<۱$

۲) $\frac{۴}{۳}\frac{v^۲}{rg}<۱$

۳) $\frac{۴}{۳}\frac{v^۲}{rg}>۱$

۴) $\frac{۴}{۳}\frac{rg}{v^۲}<۱$

۱۰۶ ـ ماتریس سفتی برای سیستم زیر برابر است با: (مختصات مشخص شده در شکل را در نظر بگیرید)



۱) $\begin{bmatrix} K_۱+K_۲ & a(K_۱-K_۲) & -K_۱ & -K_۲ \\ a(K_۱-K_۲) & a^۲(K_۱+K_۲) & -K_۱a & -K_۲a \\ -K_۱ & -K_۱a & K_۱+K_۳ & ۰ \\ -K_۲ & -K_۲a & ۰ & K_۲+K_۴ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} K_۱+K_۲ & a(K_۱-K_۲) & -K_۱ & -K_۲ \\ a(K_۱-K_۲) & a(K_۱+K_۲) & -K_۱a & -K_۲a \\ -K_۱ & -K_۱a & K_۱+K_۳ & ۰ \\ -K_۲ & -K_۲a & ۰ & K_۲+K_۴ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} K_۱+K_۲ & a(K_۱-K_۲) & -K_۱ & -K_۲ \\ a(K_۱-K_۲) & a^۲(K_۱+K_۲) & -K_۱a & K_۲a \\ -K_۱ & -K_۱a & K_۱+K_۳ & ۰ \\ -K_۲ & K_۲a & ۰ & K_۲+K_۴ \end{bmatrix}$

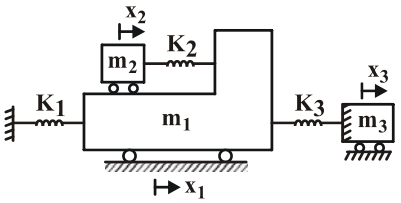
۴) $\begin{bmatrix} K_۱+K_۲ & a(K_۱-K_۲) & -K_۱ & -K_۲ \\ a(K_۱-K_۲) & a(K_۱+K_۲) & -K_۱a & K_۲a \\ -K_۱ & -K_۱a & K_۱+K_۳ & ۰ \\ -K_۲ & K_۲a & ۰ & K_۲+K_۴ \end{bmatrix}$

۱۰۷ ـ معادله دیفرانسیل حرکت یک سیستم دو درجه آزادی به صورت زیر داده شده است. بزرگترین فرکانس طبیعی سیستم برابر است با:

$$\begin{cases} \ddot{x}_۱+۲x_۱-۲x_۲=۱۲\sin ۲t \\ \ddot{x}_۲+۴x_۲-۲x_۱=۳\sin t \end{cases}$$

۱) بزرگتر از ۶ ۲) بزرگتر از ۵ ۳) کوچکتر از ۵ ۴) برابر ۵/۵

۱۰۸ ـ معادله حرکت سیستم زیر کدام‌یک از این گزینه‌ها می‌باشد؟



۱) $\begin{bmatrix} m_۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_۱ \\ \ddot{x}_۲ \\ \ddot{x}_۳ \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_۱+K_۲+K_۳ & -K_۲ & -K_۳ \\ -K_۲ & k_۲ & ۰ \\ -k_۳ & ۰ & K_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{Bmatrix}=۰$

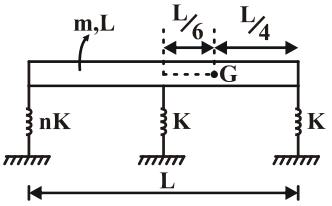
۲) $\begin{bmatrix} m_۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_۱ \\ \ddot{x}_۲ \\ \ddot{x}_۳ \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_۱+K_۲ & -K_۲ & -K_۳ \\ -K_۲ & k_۲ & ۰ \\ -k_۳ & ۰ & K_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{Bmatrix}=۰$

۳) $\begin{bmatrix} m_۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_۱ \\ \ddot{x}_۲ \\ \ddot{x}_۳ \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_۱+K_۲+K_۳ & K_۲ & -K_۳ \\ K_۲ & k_۲ & ۰ \\ -k_۳ & ۰ & K_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{Bmatrix}=۰$

۴) $\begin{bmatrix} K_۱+K_۲+K_۳ & -K_۲ & -K_۳ \\ -K_۲ & k_۲ & ۰ \\ -k_۳ & ۰ & K_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} m_۱ & m_۱+m_۲ & ۰ \\ m_۱+m_۲ & m_۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_۱ \\ \ddot{x}_۲ \\ \ddot{x}_۳ \end{Bmatrix}=۰$

www.topsoal.ir

۱۰۹- در سیستم شکل زیر که مختصات به صورت انتقال مرکز جرم و دوران حول مرکز جرم درنظر گرفته شده است مقدار n چقدر باشد تا سیستم دی‌کوپل شود؟



۱) ۹
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) ۳
۴) $\frac{۱}{۹}$

۱۱۰- کدام‌یک از گزاره‌های زیر نادرست می‌باشد؟

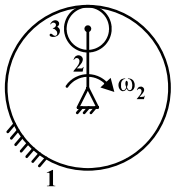
۱) هنگامی که سیستم در یکی از مدهای طبیعی خود نوسان می‌کند، تمام نقاط سیستم بطور همزمان از وضعیت تعادل استاتیکی عبور می‌کنند.

۲) در معادله لاگرانژ به فرم $\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i})-\frac{\partial L}{\partial q_i}=Q_i$، Q_i نیروی وارد بر درجه آزادی i از طرف محرک خارجی می‌باشد.

۳) در ارتعاشات سیستم‌های چند درجه آزادی همواره تفاضل تمام مدهای طبیعی می‌باشد.

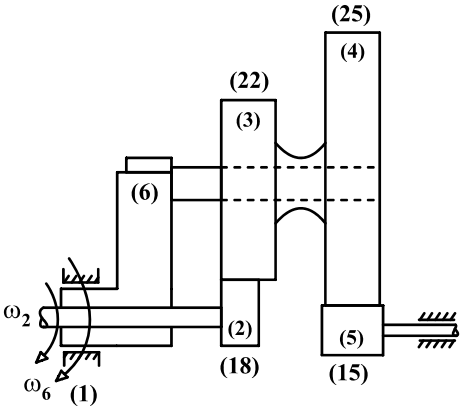
۴) در سیستم‌های نامیرا همیشه می‌توان معادلات حرکت را از هم جدا کرد.

۱۱۱- در شکل زیر اگر سرعت زاویه‌ای لینک ۲، $\omega_۲$ باشد، در جهت نشان داده شده، سرعت زاویه‌ای چرخ‌دنده ۳ کدام است؟



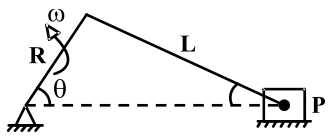
۱) $(۱-\frac{N_۱}{N_۳}\omega_۲)$
۲) $(۱+\frac{N_۱}{N_۳})\omega_۲$
۳) $(۱-\frac{N_۲}{N_۳})\omega_۲$
۴) $(۱+\frac{N_۲}{N_۳})\omega_۲$

۱۱۲ - با توجه به شکل روبرو، اگر چرخ‌دنده‌های ۲ و ۶ هر دو جهت ساعتگرد و به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $۵۰\frac{rad}{s}$ و $۷۵\frac{rad}{s}$ حرکت کنند، سرعت زاویه‌ای چرخ‌دنده ۵ چقدر است؟



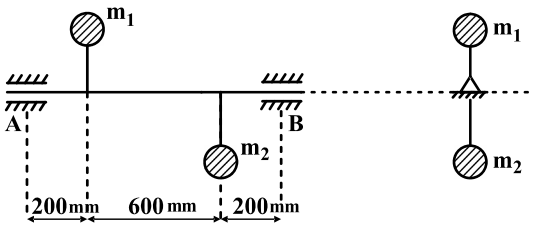
۱) ۱۱۰ در عکس جهت عقربه‌های ساعت
۲) ۱۱۰ در جهت عقربه‌های ساعت
۳) $۴۱\frac{rad}{s}$ در عکس جهت عقربه‌های ساعت
۴) $۴۱\frac{rad}{s}$ در جهت عقربه‌های ساعت

۱۱۳ - در مکانیزم لنگ و لغزنده روبرو، سرعت خطی نقطه P کدام است؟



۱) $-R\omega(\sin\theta+\frac{R}{۲L}\sin\theta)$
۲) $R\omega(\sin\theta-\frac{R}{L}\sin۲\theta)$
۳) $-R\omega(\sin\theta+\frac{R}{۲L}\sin۲\theta)$
۴) $R\omega(\sin۲\theta+\frac{R}{L}\sin۲\theta)$

۱۱۴ - با توجه به شکل روبرو، چنانچه سرعت زاویه‌ای محور AB $۱۰\frac{rad}{s}$ باشد، نیروی عکس‌العمل در تکیه‌گاه B چقدر است؟

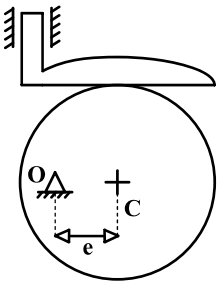


۱) ۲۶N
۲) ۲N
۳) ۱۴N
۴) ۲۲N

$m_۱=۲$ $R_۱=۵۰mm$
$m_۲=۳$ $R_۲=۱۰۰mm$

www.topsoal.ir

۱۱۵ - با توجه به بادامک و پیرو مطابق شکل روبرو، در مورد پیوستگی نمودار سرعت، شتاب و تکانه نسبت به زاویه کدام گزینه صحیح است؟



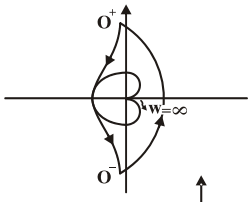
۱) نمودار سرعت فقط پیوسته است.

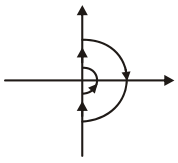
۲) فقط نمودار شتاب و سرعت پیوسته هستند.

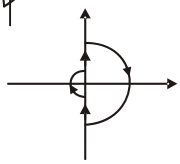
۳) فقط نمودار شتاب پیوسته است.

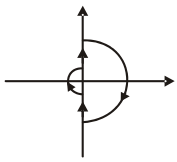
۴) نمودارهای سرعت، شتاب و تکان پیوسته هستند.

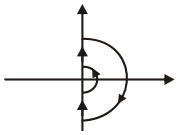
۱۱۶ ـ دیاگرام قطبی حلقه باز سیستم مینیمم فازی به صورت زیر رسم شده است. کدام گزینه تابع تبدیل حلقه باز و مسیر نایکوئیست مربوطه را نشان می‌دهد؟



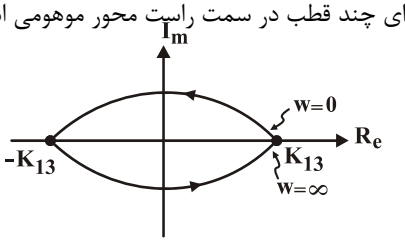
۱) $\frac{K(S+\alpha)}{S^3(S+\gamma)(S+\beta)}$ و 

۲) $\frac{K}{S(S+\alpha)(S+\gamma)(S+\beta)}$ و 

۳) $\frac{K(S+\alpha)}{S^3(S+\beta)(S+\gamma)}$ و 

۴) $\frac{K}{S(S+\alpha)(S+\beta)(S+\gamma)}$ و 

۱۱۷ ـ شکل زیر دیاگرام نایکوئیست یک سیستم کنترلی را نشان می‌دهد. سیستم حلقه باز دارای چند قطب در سمت راست محور موهومی است و چه موقع سیستم حلقه بسته پایدار است؟



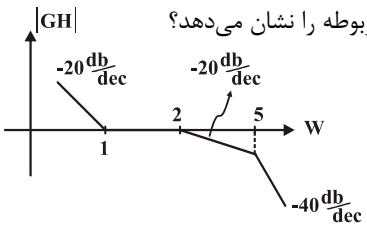
۱) سیستم حلقه باز دارای یک قطب است، سیستم به ازای $K > ۳$ پایدار است

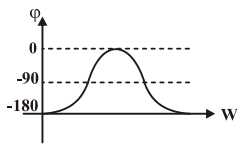
۲) سیستم حلقه باز دارای دو قطب است، سیستم به ازای $K > ۳$ پایدار است

۳) سیستم حلقه باز دارای یک قطب است، سیستم به ازای $۰ < K < ۳$ پایدار است

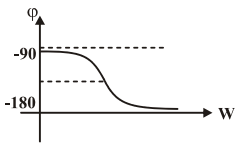
۴) سیستم حلقه باز دارای دو قطب است، سیستم به ازای $۰ < K < ۳$ پایدار است

۱۱۸ ـ شکل زیر دیاگرام اندازه لگاریتمی (db) یک تابع انتقال را نشان می‌دهد. کدام شکل دیاگرام فاز مربوطه را نشان می‌دهد؟

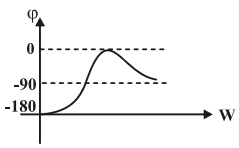




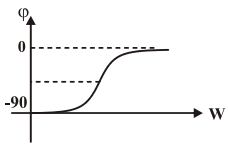
(۴)



(۳)



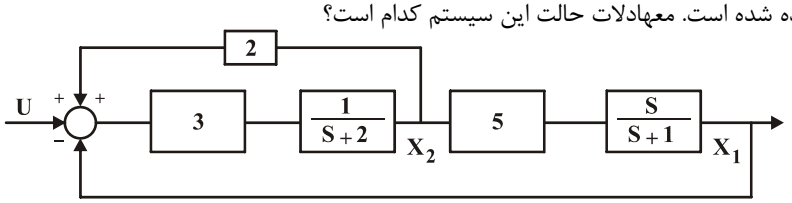
(۲)



(۱)

www.topsoal.ir

۱۱۹ ـ دیاگرام بلوکی سیستمی در شکل زیر نشان داده شده است. معهادلات حالت این سیستم کدام است؟



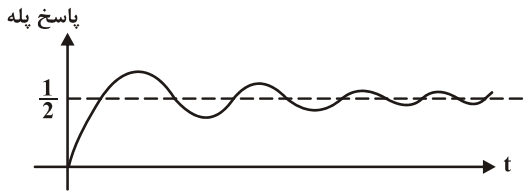
۱) $\dot{x} = \begin{bmatrix} -۳ & ۴ \\ -۱۶ & ۲۰ \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} ۳ \\ ۱۵ \end{bmatrix} u$

۲) $\dot{x} = \begin{bmatrix} -۱۶ & -۴۰ \\ -۳ & -۸ \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} ۱۵ \\ ۳ \end{bmatrix} u$

۳) $\dot{x} = \begin{bmatrix} -۳ & -۸ \\ -۱۶ & -۴۰ \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} ۳ \\ ۱۵ \end{bmatrix} u$

۴) $\dot{x} = \begin{bmatrix} -۱۶ & ۲۰ \\ -۳ & ۴ \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} ۱۵ \\ ۳ \end{bmatrix} u$

۱۲۰ ـ پاسخ پله یک سیستم حلقه بسته به صورت شکل زیر است. برای تبدیل سیستم حلقه بسته به یک سیستم فوق میرا با خطای حالت دائمی صفر مناسب‌ترین کنترل کننده کدام است؟



۱) P

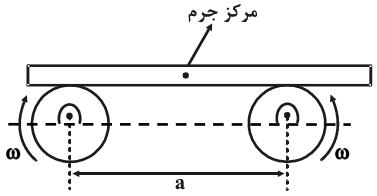
۲) PI

۳) PD

۴) PID

www.topsoal.ir

۱۲۱ـ میله گرد یکنواختی برروی دو پولی که با سرعت زاویه‌ای ω در خلاف جهت یکدیگر می‌چرخند قرار دارد. این حرکت به صورت رفت و برگشتی می‌باشد. فرکانس طبیعی حرکت، کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟(μ_k ضریب اصطکاک است).



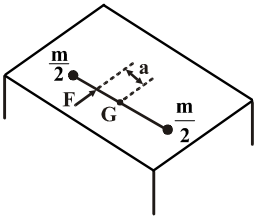
۱) $\omega_n = \sqrt{\frac{2\mu_k g}{a}}$

۲) $\omega_n = \sqrt{\frac{\mu_k a}{2g}}$

۳) $\omega_n = \sqrt{\frac{2a}{\mu_k g}}$

۴) $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{2\mu_k a}}$

۱۲۲ ـ دو گوی به جرم $\frac{m}{2}$ توسط میله‌ای به طول L به یکدیگر متصل شده‌اند. نیروی افقی F ناگهان به میله وارد می‌شود مقدار تغییر سرعت زاویه‌ای سیستم حول مرکز جرم نسبت به زمان، کدام است؟



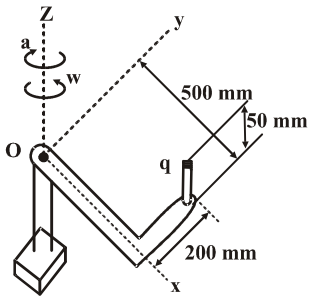
۱) $\ddot{\theta} = \frac{Fa^2}{mL^2}$

۲) $\ddot{\theta} = \frac{mL^2 a}{2F}$

۳) $\ddot{\theta} = \frac{4Fa}{mL^2}$

۴) $\ddot{\theta} = \frac{mL^2 F}{2a}$

۱۲۳ ـ شتاب نقطه q، واقع در بازوی متحرک نشان داده شده در زمانی که $\omega = 2\frac{rad}{s}$ و $\alpha = 3\frac{rad}{S^2}$ است، برابر با کدام گزینه می‌باشد؟



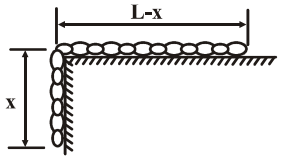
۱) $1/2i + 1/4j$

۲) $1/6i + 2/1j$

۳) $-1/8i - 3/2j$

۴) $-1/4i - 2/3j$

۱۲۴ ـ طول زنجیری L می‌باشد و مقدار x از طول آن آویزان است تا باعث شروع حرکت گردد، انرژی جنبشی زنجیر وقتی که آخرین حلقه زنجیر به لبه می‌رسد، برابر با کدام گزینه می‌باشد؟ (جرم واحد طول برابر ρ می‌باشد.)



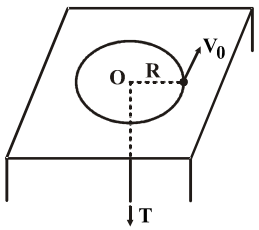
۱) $T = \frac{1}{2}\rho g L^2$

۲) $T = \frac{3}{2}\rho g L^2$

۳) $T = \frac{5}{2}\rho g L^2$

۴) $T = \frac{7}{2}\rho g L^2$

۱۲۵ـ گلوله‌ای در یک صفحه افقی به صورت دایره‌ای دوران می‌کند. گلوله توسط نخی که در شکل نشان داده شده است، کشیده می‌شود. اگر شعاع دوران گلوله به $\frac{1}{3}$ مقدارش برسد کار انجام شده کدام است؟ (نخ بسیار آهسته کشیده می‌شود)



۱) $2m^2 v_0^2$

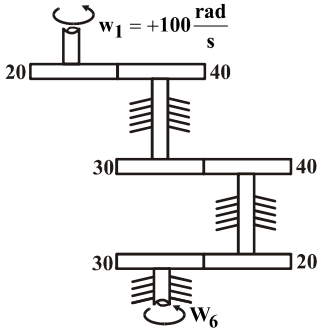
۲) $3mR^2 v_0^2$

۳) $4mv_0^2$

۴) $5m\left(\frac{v_0}{R}\right)^2$

www.topsoal.ir

۱۲۶ـ در مجموعه چرخ‌دنده مقابل اگر سرعت ورودی $\omega_1 = +100\frac{rad}{S}$ باشد، سرعت خروجی ω_6 کدام است؟



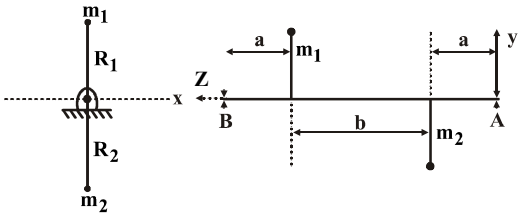
۱) $\omega_6 = -400\frac{rad}{s}$

۲) $\omega_6 = +400\frac{rad}{s}$

۳) $\omega_6 = -25\frac{rad}{s}$

۴) $\omega_6 = +25\frac{rad}{s}$

۱۲۷ـ نیروی عکس‌العمل یاتاقان A در سرعت دورانی $\omega = 200\frac{rad}{s}$ چقدر است؟



$$\begin{cases} R_1 = R_2 = 0/06\,m \\ m_1 = 1kg\ ,\ m_2 = 3kg \\ a = 0/3m\ ,\ b = 0/6m \end{cases}$$

۱) $F_A = 1200N$

۲) $F_A = 2400N$

۳) $F_A = 3600N$

۴) $F_A = 4800N$

۱۲۸ـ در یک موتور رفت و برگشتی تک سیلندر نسبت طول لنگ به شاتون k و نیروی لرزشی اولیه F_1 و نیروی لرزشی ثانویه F_2 می‌باشد. با فرض $\alpha = \frac{F_2}{4kF_1}$ کدام یک از روابط زیر درست است؟

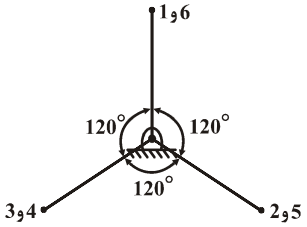
۱) $\sin\theta = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 2}$

۲) $\sin\theta = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 0/5}$

۳) $\cos\theta = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 0/5}$

۴) $\cos\theta = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 2}$

۱۲۹ـ طرز قرارگیری لنگ‌های یک موتور ۶ سیلندر خطی عمودی مانند شکل زیر می‌باشد. با فرض اینکه فواصل سیلندرها یکسان و کلیه سیلندرها و شاتون‌ها و پیستون‌ها یکسان باشند، کدام گزینه زیر صحیح است؟



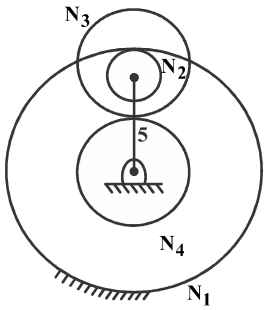
۱) نیروهای اولیه و ثانویه و گشتاورهای اولیه و ثانویه بالانس هستند.

۲) فقط گشتاورهای اولیه و ثانویه بالانس هستند.

۳) فقط نیروهای اولیه و ثانویه بالانس هستند.

۴) نیروهای اولیه و ثانویه و گشتاورهای اولیه و ثانویه نابالانس‌اند.

۱۳۰ـ نسبت $\frac{\omega_4}{\omega_5}$ کدام است؟ $(N_4 = N_2 = 20\ ,\ N_3 = 40)$



۱) ۹

۲) ۸

۳) ۶

۴) ۴

۱۳۱ـ در یک سیستم دو درجه آزادی با شکل مودهای $\left.\frac{X_1}{X_2}\right|_{\omega_1} = 1$ و $\left.\frac{X_1}{X_2}\right|_{\omega_2} = -1$ و فرکانس‌های طبیعی $\omega_1 = 9\frac{rad}{s}$ و $\omega_2 = 9/628\frac{rad}{s}$ ضربان (تپش) رخ می‌دهد. پریود ضربان چقدر است؟

۱) $\tau_b = 20sec$

۲) $\tau_b = 40sec$

۳) $\tau_b = 10sec$

۴) $\tau_b = 5sec$

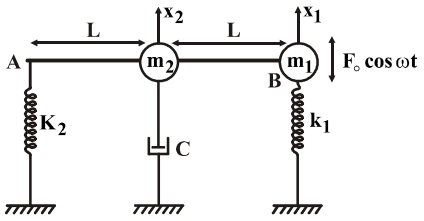
www.topsoal.ir

۱۳۲ـ ماتریس مودال (ماتریس مودی) سیستمی که معادلات حرکت آن به صورت زیر داده شده است، کدام گزینه می‌باشد؟

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + 2kx_1 - kx_2 = 0 \\ m\ddot{x}_2 - kx_1 + 2kx_2 = 0 \end{cases}$$

۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -0/5 \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -0/25 \end{bmatrix}$

۱۳۳ ـ با فرض نوسانات کوچک در راستای قائم برای $m_2 = m_1 = m$ معادلات سیستم، کدام گزینه است؟ (به جرم m_1 نیروی نوسانی $F_0 \cos\omega t$ اعمال می‌شود و میله AB صلب می‌باشد و طول آن $2L$ می‌باشد.)



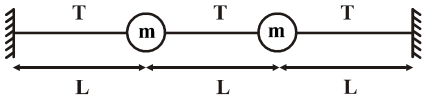
۱) $\begin{cases} m\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - 2k_2x_2 = F_0 \cos\omega t \\ m\ddot{x}_2 + C\dot{x}_2 + 4k_2x_2 - 2k_2x_1 = 0 \end{cases}$

۲) $\begin{cases} m\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = F_0 \cos\omega t \\ m\ddot{x}_2 + C\dot{x}_2 + 2k_2x_2 - 2k_2x_1 = 0 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} m\ddot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - 2k_2x_2 = F_0 \cos\omega t \\ m\ddot{x}_2 + C\dot{x}_2 + 4k_2x_2 - k_2x_1 = 0 \end{cases}$

۴) $\begin{cases} m\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - 2k_2x_2 = F_0 \cos\omega t \\ m\ddot{x}_2 + C\dot{x}_2 + k_2x_2 - k_2x_1 = 0 \end{cases}$

۱۳۴ ـ دو جرم یکسان با طناب‌های یکسان به کشش T آویزان شده‌اند. با فرض نوسانات کوچک در راستای قائم و ثابت ماندن کشش نخ، فرکانس‌های سیستم برابر با کدام گزینه است؟



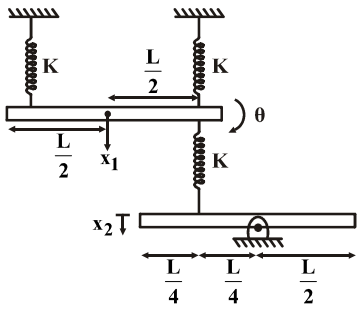
۱) $2/44\sqrt{\frac{T}{mL}}, 2\sqrt{\frac{T}{mL}}$

۲) $2/23\sqrt{\frac{T}{mL}}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{mL}}$

۳) $1/73\sqrt{\frac{T}{mL}}, \sqrt{\frac{T}{mL}}$

۴) $1/41\sqrt{\frac{T}{mL}}, \sqrt{\frac{T}{mL}}$

۱۳۵ـ برای مجموعه زیر ماتریس سختی کدام است؟ ($\begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta \\ x_2 \end{Bmatrix}$ = مرجع مختصاتی)



۱) $\begin{bmatrix} 2k & kL & -k \\ kL & 3kL^2 & kL \\ -k & -kL & 2kL \end{bmatrix}$

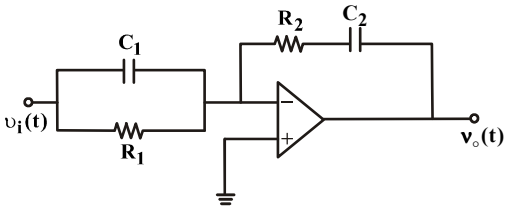
۲) $\begin{bmatrix} 3k & \frac{kL}{2} & -\frac{k}{2} \\ \frac{kL}{2} & \frac{3kL^2}{4} & -\frac{kL}{4} \\ -\frac{k}{2} & -\frac{kL}{4} & \frac{k}{4} \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} k & \frac{kL}{2} & -\frac{k}{2} \\ 2kL & 6kL^2 & kL \\ -2k & kL & kL \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} 4k & \frac{kL}{4} & -\frac{k}{4} \\ \frac{kL}{3} & \frac{3kL^2}{2} & -kL \\ -k & kL & \frac{kL}{3} \end{bmatrix}$

www.topsoal.ir

۱۳۶ـ مدار آپ امپی شکل زیر چه نوع جبرانسازی (کنترلر) می‌باشد؟



۱) PD

۲) PI

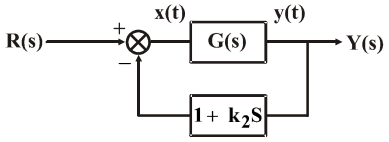
۳) PID

۴) با این اطلاعات نمی‌توان مشخص کرد.

۱۳۷ـ در شکل زیر معادله دینامیک سیستم مدار باز G(s) به صورت زیر می‌باشد:

$$y''(t)+y'(t)=k_1x(t)$$

ضرائب k_1 و k_2 چه مقدار باشند تا قطب‌های سیستم حلقه بسته $S=-2\pm j\sqrt{3}$ قرار گیرند؟



۱) $k_2=7\ ,\ k_1=\frac{3}{7}$

۲) $k_2=\frac{7}{3}\ ,\ k_1=3$

۳) $k_2=3\ ,\ k_1=\frac{7}{3}$

۴) $k_2=\frac{3}{7}\ ,\ k_1=7$

۱۳۸ـ تابع تبدیل حلقه باز یک سیستم با فیدبک واحد منفی عبارت است از $G_p(s)=\frac{1}{S+3}$. اگر بخواهیم یک کنترل‌کننده PI با تابع تبدیل $G_c(s)$ طوری طراحی کنیم که: $\left(\frac{Ln\circ/1378}{\sqrt{\pi^2+(Ln\circ/1378)^2}}=\circ/8\right)$

الف‌ـ به ازای ورودی پله، خطای ماندگار صفر شود.

ب‌ـ به ازای ورودی شیب واحد، خطا برابر ۰/۱۲ شود.

ج‌ـ حداکثر جهش پاسخ پله برابر ۱۳/۷۸ درصد شود.

آن‌گاه تابع تبدیل کنترلر، معادل کدام یک از گزینه‌های زیر می‌شود؟

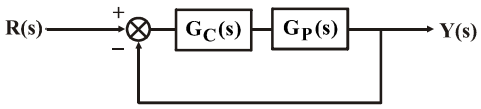
۱) $\frac{5S+25}{S}$

۲) $\frac{8S+25}{S}$

۳) $\frac{8S+15}{S}$

۴) $\frac{5S+8}{S}$

۱۳۹ ـ کنترل‌کننده $G_c(s)=\frac{S+a}{S+b}$ برای پایدار کردن $G_p=\frac{k}{S(S-2)}$ به کار گرفته می‌شود. مقادیر مناسب a و b و k کدام است؟



۱) $a=1$ $b=1$ $k=24$

۲) $a=1$ $b=4$ $k=20$

۳) $a=2$ $b=2$ $k=26$

۴) $a=1$ $b=4$ $k=10$

۱۴۰ ـ کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

۱) سیستم مدار بسته نسبت به سیستم مدار باز دقت بالاتری دارد و نسبت به ورودی مزاحم (نویز) مقاوم‌تر است.

۲) کنترلر تناسبی ـ مشتق‌گیر پایداری سیستم را افزایش می‌دهد اما خطای حالت ماندگار را به خوبی تصحیح نمی‌کند.

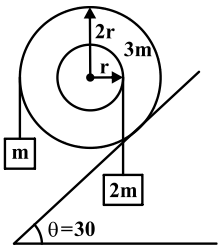
۳) جبران‌کننده Lag (پسفاز) بهره سیستم را افزایش می‌دهد و خطاهای ماندگار را کاهش می‌یابد.

۴) تابع تبدیل یک جبران‌کننده Lead (پیشفاز) عبارت است از $\frac{S+\frac{1}{T}}{S+\frac{1}{\alpha T}}$ که اگر $\alpha\to\infty$ میل کند این جبران‌کننده به کنترلر تناسبی ـ انتگرال‌گیر (PI) تبدیل می‌شود.

www.topsoal.ir

۱۴۱ـ همانند شکل زیر دیسکی به جرم ۳m برروی سطحی شیب‌دار بدون لغزش می‌غلتد. شتاب زاویه‌ای دیسک کدام است؟

(دیسک را به‌صورت یکپارچه به شعاع ۲r درنظر بگیرید، $\bar{I}_{\text{دیسک}} = \frac{۱}{۲}mr^{۲}$)



۱) $\frac{۱۲g}{۵r}$

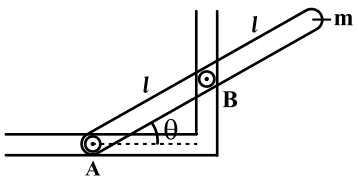
۲) $\frac{g}{۳r}$

۳) $\frac{۳g}{r}$

۴) $\frac{۵g}{۱۲r}$

۱۴۲ـ میله‌ای به جرم m در موقعیت نشان داده شده در شکل از حالت سکون رها می‌شود. سرعت زاویه‌ای میله در لحظه برخورد با زمین کدام است؟

$(\bar{I}_{\text{میله}} = \frac{۱}{۱۲}ml^{۲})$



۱) $\omega = \sqrt{\frac{۲۴g\cos\theta}{l(۱+۱۲\sin^{۲}\theta)}}$

۲) $\omega = \sqrt{\frac{۲۴g\sin\theta}{l(۱+۱۲\cos^{۲}\theta)}}$

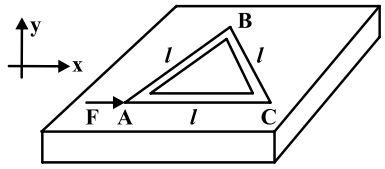
۳) $\omega = \sqrt{\frac{۶g\cos\theta}{l(۱+۳\sin^{۲}\theta)}}$

۴) $\omega = \sqrt{\frac{۶g\sin\theta}{l(۱+۳\cos^{۲}\theta)}}$

www.topsoal.ir

۱۴۳ ـ قاب مثلثی شکل یکنواختی به جرم m همانند شکل زیر در اثر اعمال نیروی F به نقطه A برروی صفحه افقی بدون اصطکاک شروع به حرکت می‌کند. شتاب نقطه B در لحظه شروع حرکت کدام است؟

(فرض می‌شود که هر یک از اضلاع به‌صورت میله‌ای یکنواخت به‌طول l می باشد) $(\bar{I}_{\text{میله}} = \frac{1}{12}ml^2)$



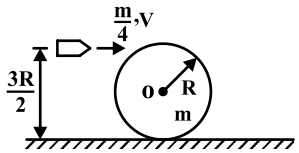
۱) $\frac{F}{2m}\vec{i}$

۲) $\frac{2F}{3m}\vec{i}$

۳) $\frac{F}{4m}\vec{i}$

۴) ۰

۱۴۴ـ دیسکی به جرم m و شعاع R همانند شکل زیر برروی زمین در حال سکون است. گلوله‌ای به جرم $\frac{m}{4}$ و سرعت v همانند شکل زیر به دیسک برخورد می‌کند. سرعت زاویه‌ای دیسک پس از برخورد گلوله کدام است؟ حرکت دیسک پس از برخورد گلوله به آن را غلتش ناب درنظر بگیرید) $(\bar{I}_{\text{دیسک}} = \frac{1}{2}mr^2)$



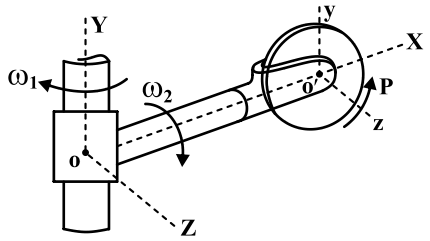
۱) $\frac{6}{17}\frac{v}{R}$

۲) $\frac{11}{2}\frac{v}{R}$

۳) $\frac{2}{11}\frac{v}{R}$

۴) $\frac{17}{6}\frac{v}{R}$

۱۴۵ـ دیسک مدور نازک به جرم m و شعاع r حول محور z خود با سرعت زاویه‌ای ثابت p دوران می‌کند و محور نگهدارنده دیسک نیز حول محور x گذرنده از OO' با سرعت زاویه‌ای ثابت ω_2 می‌چرخد. همزمان با این حرکات، کل مجموعه نیز با سرعت زاویه‌ای ثابت ω_1 حول محور Y گذرنده از نقطه O دوران می‌کند. شتاب زاویه‌ای α دیسک کدام است؟



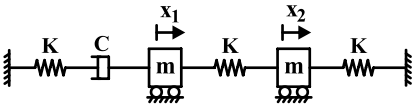
۱) $p\omega_1\vec{i} - p\omega_2\vec{j} + \omega_1\omega_2\vec{k}$

۲) $-p\omega_1\vec{i} + p\omega_2\vec{j} + \omega_1\omega_2\vec{k}$

۳) $-p\omega_1\vec{i} - p\omega_2 j + \omega_1\omega_2\vec{k}$

۴) $p\omega_1\vec{i} + p\omega_2\vec{j} - \omega_1\omega_2\vec{k}$

۱۴۶ـ ماتریس‌های جرم، دمپینگ و سختی سیستم ارتعاشی زیر کدام است؟



۱) $\begin{bmatrix} K & -K \\ -K & 2K \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$

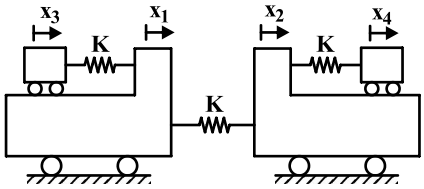
۲) $\begin{bmatrix} 2K & -K \\ -K & 2K \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} 2K & -K \\ -K & 2K \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} 2K & -K \\ -K & K \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$

www.topsoal.ir

۱۴۷ـ ماتریس سختی سیستم شکل زیر برابر است با:



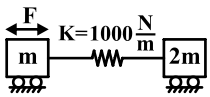
۱) $\begin{bmatrix} 2K & -K & -K & 0 \\ -K & K & 0 & 0 \\ -K & 0 & K & -K \\ 0 & -K & 0 & K \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} 2K & -K & -K & 0 \\ -K & K & 0 & 0 \\ -K & 0 & 2K & -K \\ 0 & -K & 0 & K \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} 2K & -K & -K & 0 \\ -K & 2K & 0 & 0 \\ -K & 0 & K & -K \\ 0 & -K & 0 & K \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} 2K & -K & 0 & -K \\ -K & K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K & -K \\ -K & -K & 0 & K \end{bmatrix}$

۱۴۸ ـ سیستم ارتعاشی دو درجه آزادی شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر نیروی هارمونیک $F = 10\sin 4t$ به جرم $m = 60kg$ اعمال گردد. دامنه حرکت دو جسم در چه حالتی نسبت به هم قرار دارند.



۱) همفازند

۲) در فاز مخالفند

۳) صفر می‌باشند

۴) نمی‌توان اظهارنظر کرد

۱۴۹ ـ در یک سیستم دو درجه آزادی ماتریس جرمی $\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix}$ و ماتریس سختی $\begin{bmatrix} 100 & -50 \\ -50 & 300 \end{bmatrix}$ می‌باشد و بردار ویژه متناظر مد اول به‌صورت $\varphi_1 = \begin{Bmatrix} 1/00 \\ -0/5 \end{Bmatrix}$ می‌باشد. بردار ویژه متناظر با مد دوم کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (فرکانس‌های طبیعی نابرابر می‌باشد)

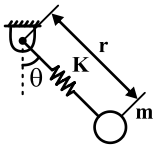
۱) $\varphi_2 = \begin{bmatrix} 1/00 \\ 1/00 \end{bmatrix}$

۲) $\varphi_2 = \begin{bmatrix} 1/00 \\ 0/625 \end{bmatrix}$

۳) $\varphi_2 = \begin{bmatrix} 1/00 \\ -1/00 \end{bmatrix}$

۴) هیچکدام

۱۵۰ـ معادله ارتعاشی سیستم شکل مقابل به کدام صورت است؟ (در حالت آزاد طول فنر r_0 می‌باشد)



۱) $\begin{cases} m(\ddot{r} + r\dot{\theta}^2) + K(r - r_0) = mg\cos\theta \\ r^2\ddot{\theta} + g(r - r_0)\sin\theta = 0 \end{cases}$

۲) $\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) + K(r - r_0) = mg\cos\theta \\ r^2\ddot{\theta} + g(r - r_0)\sin\theta = 0 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) + K(r - r_0) = mg\cos\theta \\ r^2\ddot{\theta} + gr\sin\theta = 0 \end{cases}$

۴) $\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) + Kr = mg\cos\theta \\ r^2\ddot{\theta} + gr\sin\theta = 0 \end{cases}$

۱۵۱ـ در بادمک‌ها با مقدار زاویه‌ی گردش برای صعود کلی β و مقدار صعودی کلی h، اگر بادامک با سرعت زاویه‌ای ω در حال دوران باشد، مقدار نسبت شتاب ماکزیمم در حالت حرکت شتاب ثابت به حرکت سیکلوئیدی برابر است با:

۱) $\frac{2}{\pi}\omega$

۲) $\frac{2}{\pi}$

۳) $\frac{\pi}{2}$

۴) $\frac{\pi}{2}\omega$

۱۵۲ ـ در مورد بالانس مجموعه‌ها کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر مجموعه‌ای در بالانس دینامیکی باشد در بالانس استاتیکی نیز خواهد بود.

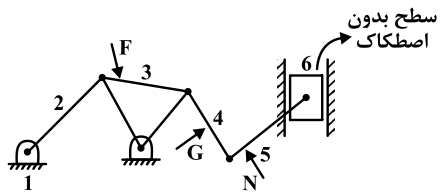
۲) بالانس در مجموعه‌های دوار به معنی تقلیل یا حذف نیروهای موثر در یاتاقان‌ها می‌باشد.

۳) برای بالانس نیروهای ثانویه در موتورهای چند سیلندر خطی باید مجموع سینوس و کسینوس زوایای لنگ‌ها صفر باشد.

۴) برای بالانس دینامیکی و استاتیکی تک جرم گردان حاصلضرب جرم اضافی در فاصله شعاعی باید مساوی حاصلضرب تک جرم در فاصله شعاعی متناظرش باشد.

www.topsoal.ir

۱۵۳ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر شرط تعادل استاتیکی مجموعه را فراهم می‌آورد؟



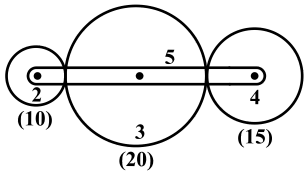
۱) $F+N+G=0$

۲) $F_{16}+F_{13}+F_{12}+F_{23}+F_{45}+F+G+N=0$

۳) $F_{13}+F_{12}+F+G+N+F_{56}=0$

۴) $F_{12}+G+N+F+F_{13}=0$

۱۵۴ـ در سیستم انتقال چرخدنده شکل زیر سرعت زاویه چرخدنده ۲ برابر $10\frac{rad}{s}$ و CCW و سرعت دوران بازوی ۵، $20\frac{rad}{s}$ و CW می‌باشد. سرعت دوران چرخدنده ۴ برابر است با:



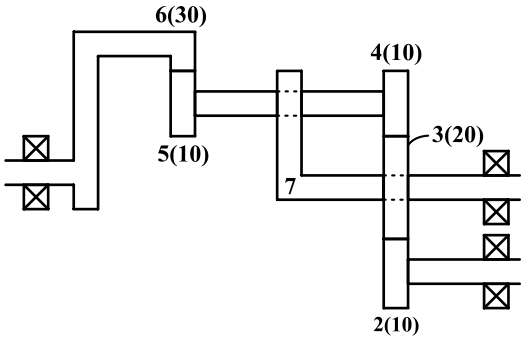
۱) $\frac{40}{3}$ و CW

۲) ۲۰ و CCW

۳) صفر

۴) ۲۰ و CW

۱۵۵ـ در مجموعه چرخدنده خورشیدی شکل زیر اگر سرعت چرخدنده ۲، $10\frac{rad}{s}$ و CW و چرخدنده ۶، $20\frac{rad}{s}$ و CCW از نمای چپ باشد، سرعت بازوی ۷ چقدر است؟



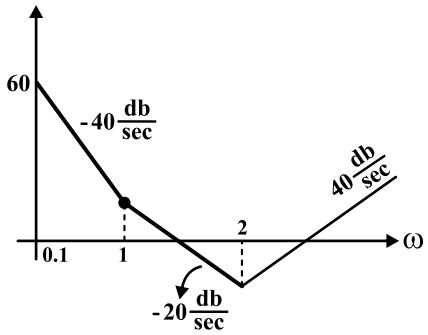
۱) ۱۲/۵ ، CWW

۲) ۳۵ ، CCW

۳) ۳۵ ، CW

۴) ۱۲/۵ ، CW

۱۵۶ـ نمودار مجانب‌های دامنه بود (Bode) یک سیستم در شکل زیر نشان داده شده است. نزدیکترین تابع تبدیل حلقه باز متناظر با این سیستم کدام است؟



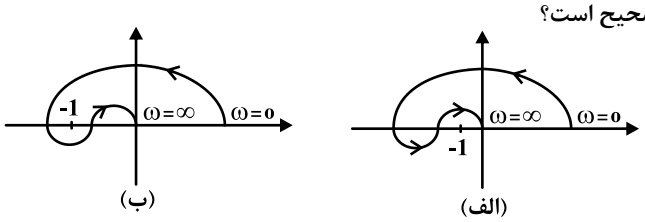
۱) $\frac{5(S+2)(S+1)^2}{2S^2}$

۲) $\frac{5(S+2)(S+1)^2}{2S^2}$

۳) $\frac{5(S+1)(S+2)^3}{4S^2}$

۴) $\frac{5(S+2)(S+1)^3}{4S^2}$

۱۵۷ـ در یک سیستم کنترل مدار بسته، تابع تبدیل حلقه باز، دارای ۲ قطب و ۱ صفر درسمت راست محور موهومی می‌باشد، اگر تابع تبدیل حلقه باز دارای یکی از دیاگرام‌های نایکوئیت زیر (الف یا ب) باشد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) سیستم مدار بسته در حالت الف دارای دو قطب در سمت راست محور موهومی است و در حالت (ب) قطبی در سمت راست محور موهومی ندارد.

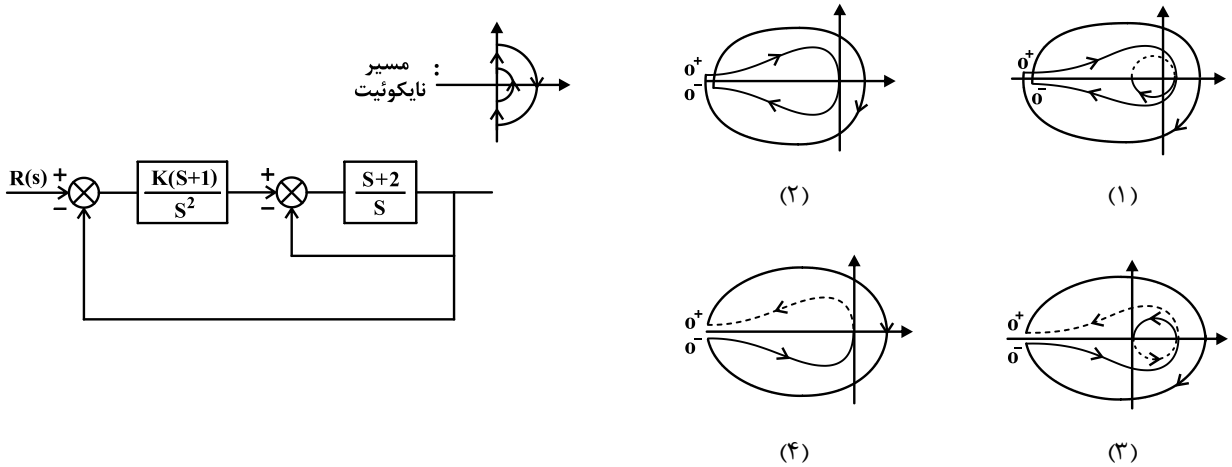
۲) سیستم مدار بسته در حالت الف قطبی در سمت راست محور موهومی ندارد و در حالت (ب) دارای دو قطب درسمت راست محور موهومی است.

۳) سیستم مدار بسته در حالت الف دارای دو صفر در سمت راست محور موهومی است و در حالت (ب) صفری در سمت راست محور موهومی ندارد.

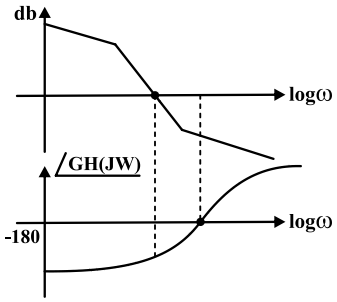
۴) سیستم مدار بسته در حالت الف صفری در سمت راست محور موهومی ندارد و در حالت (ب) دارای دو صفر در سمت راست محور موهومی است.

www.topsoal.ir

۱۵۸ـ سیستم کنترلی شکل زیر را نظر بگیرید، با توجه به مسیر نایکوئیت نشان داده شده، دیاگرام نایکوئیت سیستم کدام است؟



۱۵۹ ـ دیاگرام بود (اندازه و فاز) یک سیستم در شکل‌های زیر نشان داده شده است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد پایداری سیستم صحیح است؟



۱) سیستم ناپایدار است زیرا حد فاز منفی و حد بهره مثبت است.

۲) سیستم ناپایدار است زیرا حد فاز مثبت و حد بهره منفی است.

۳) سیستم ناپایدار است زیرا حد فاز منفی و حد بهره منفی است.

۴) حد بهره و حد فاز مثبت است بنابراین سیستم داده شده پیوسته است.

۱۶۰ـ سیستم کنترلی دارای معادلات حالت و معادلات خروجی به‌صورت زیر است، تابع تبدیل سیستم داده شد کدام است؟

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=[1\ \ 0]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

۱) $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{-s}{s^2+s+1}$

۲) $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{s^2+s+1}$

۳) $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{-1}{s^2+s+1}$

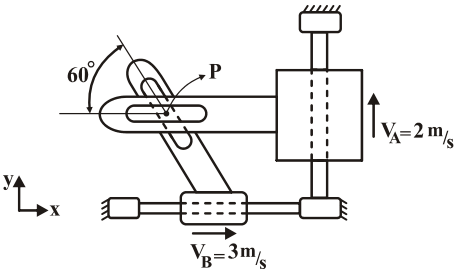
۴) $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s}{s^2+s+1}$

www.topsoal.ir

۱۶۱- متحرکی با سرعت اولیه $V_\circ$ حرکت کرده و به قطعه‌ای برخورد و در آن فرو می‌رود، اگر میزان فروروی در هر لحظه x و بیشترین مقدار آن x_{max} باشد، می‌توان شتاب متحرک را بصورت $a = kx^۲$ فرض کرد، مقدار k را بر حسب مقادیر x_{max} و $V_\circ$ پیدا کنید؟

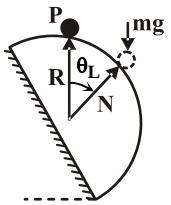
۱) $\frac{۳}{۴}\frac{V_\circ^۲}{x_{max}^۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}\frac{V_\circ^۲}{x_{max}^۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}\frac{V_\circ}{x_{max}^۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}\frac{V_\circ}{x_{max}^۳}$

۱۶۲- درشکل زیرحرکت پین توسط دو راهنمای شیار دار B و A کنترل می‌شود که پین P در میان آنها می‌لغزد. اگر لغزنده B دارای سرعت $V_B = ۳\frac{m}{s}$ به سمت راست و لغزنده A دارای سرعت $V_A = ۲\frac{m}{s}$ به سوی بالا باشد، مقدار V_p (سرعت پین) را بیابید.



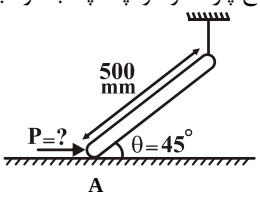
۱) ۱/۸۴
۲) ۲
۳) ۲/۷
۴) ۳/۶

۱۶۳ - ذره به جرم m مطابق شکل از روی سطح کروی به سمت پایین به حرکت درمی‌آید، زاویه جدایش ذره p از سطح کروی چیست؟



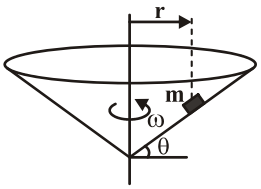
۱) $\theta_L = tg^{-۱}(\frac{۲}{۳})$
۲) $\theta_L = tg^{-۱}(\frac{۳}{۴})$
۳) $\theta_L = \cos^{-۱}(\frac{۳}{۴})$
۴) $\theta_L = \cos^{-۱}(\frac{۲}{۳})$

۱۶۴ - میله همگنی به جرم ۴kg مطابق شکل توسط نخی در زاویه ۴۵° نگه داشته شده است، اگر این نخ پاره شود و چنانچه بخواهیم این میله فقط حرکت انتقالی داشته باشد، بعد از بریدن نخ چه نیرویی در نقطهٔ A باید وارد شود؟



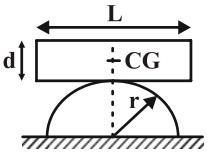
۱) ۴۰N ۲) ۵۰N
۳) ۳۰N ۴) ۶۰N

۱۶۵ - ذره‌ای به جرم m مطابق شکل در داخل مخروط گردانی قرار دارد، مقدار ω چقدر باید باشد تا ذره به بیرون پرتاب نگردد. (ضریب اصطکاک سطح μ می‌باشد)



۱) $\omega > \frac{g}{r}.\frac{\mu\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}$ ۲) $\omega < \frac{g}{r}.\frac{\mu\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}$
۳) $\omega > \frac{g}{r}.\frac{-\mu\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$ ۴) $\omega < \frac{g}{r}.\frac{-\mu\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$

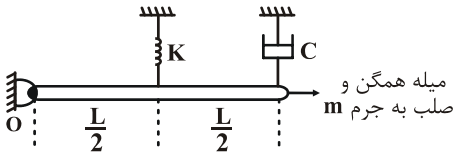
۱۶۶ ـ یک بلوک چهارضلعی به جرم m مطابق شکل برروی قسمت فوقانی یک سطح نیم استوانه‌ای در حالت سکون قرار داده شده است. اگر بلوک به آرامی از یک انتها کج شود، فرکانس طبیعی نوسان برابر است با:



۱) $\omega_n = \sqrt{\frac{۱۲(r + \frac{d}{۲})g}{۴d^۲ + L^۲}}$ ۲) $\omega_n = \sqrt{\frac{۱۲(r - \frac{d}{۲})g}{۴d^۲ + L^۲}}$
۳) $\omega_n = \sqrt{\frac{۱۲(r - \frac{d}{۲})g}{d^۲ + L^۲}}$ ۴) $\omega_n = \sqrt{\frac{۱۲(r + \frac{d}{۲})g}{d^۲ + L^۲}}$

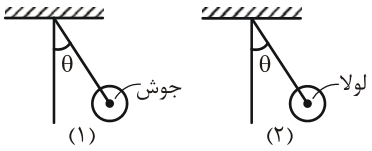
www.topsoal.ir

۱۶۷ـ میرایی بحرانی در سیستم نشان داده شده معادل کدام گزینه است؟



۱) $\sqrt{km}$ ۲) $\sqrt{\frac{km}{۳}}$ ۳) $\frac{۱}{۳}\sqrt{km}$ ۴) $۲\sqrt{km}$

۱۶۸ـ کدام گزینه در مورد فرکانس‌های طبیعی سیستم‌های زیر صادق است؟



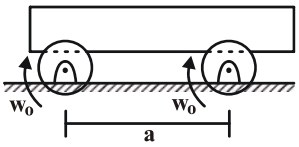
۱) فرکانس طبیعی لولا بیشتر از جوش است
۲) فرکانس طبیعی جوش بیشتر از لولا است
۳) هردو، فرکانس برابری دارند
۴) در حالت اول سیستم اصلاً نوسانی نمی‌باشد

۱۶۹ـ سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی بدون میرایی که دارای فرکانس طبیعی $\omega_n = ۵\frac{rad}{s}$ است تحت تحریک $F = F_\circ \sin ۱\circ t$ قرار می‌گیرد. برای شرایط اولیه سکون $x(\circ) = \circ$ و $\dot{x}(\circ) = \circ$، عکس‌العمل تغییر مکان جرم $x(t)$ کدام است؟

۱) $x(t) = \frac{F_\circ}{۳k}\sin ۱\circ t$ ۲) $x(t) = \frac{F_\circ}{k}(\sin ۱\circ t + \cos ۵t)$

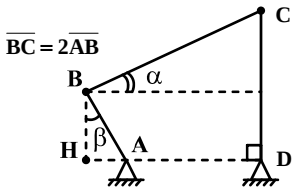
۳) $x(t) = \frac{F_\circ}{k}\sin ۱\circ t + \frac{F_\circ}{۲k}\sin ۵t$ ۴) $x(t) = \frac{-F_\circ}{۳k}\sin ۱\circ t + \frac{۲F_\circ}{۳k}\sin ۵t$

۱۷۰ـ دو قرقره ثابت با سرعت زاویه‌ای یکسان $\omega_\circ$ درخلاف جهت یکدیگر می‌چرخند، میله گردی مطابق شکل خارج از مرکز قرقره‌ها قرار گرفته است، اگر ضریب اصطکاک بین میله و قرقره μ_k باشد، مطلوب است بسامد طبیعی حرکت میله:



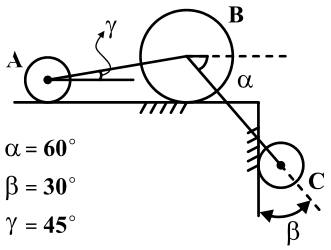
۱) $\sqrt{\frac{۲\mu_k g}{a}}$ ۲) $\sqrt{\frac{\mu_k g}{a}}$ ۳) $\sqrt{\frac{\mu_k g}{۲a}}$ ۴) حرکت نوسانی نیست

۱۷۱ـ در مکانیزم روبرو، چنانچه سرعت زاویه‌ای عضو AB، برابر ω باشد، سرعت زاویه‌ای عضو BC کدام است؟



۱) $۲\omega\tan\alpha$
۲) $۲\omega\tan\beta$
۳) $\frac{۱}{۲}\omega\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$
۴) $\frac{۱}{۲}\omega\frac{\sin\beta}{\cos\alpha}$

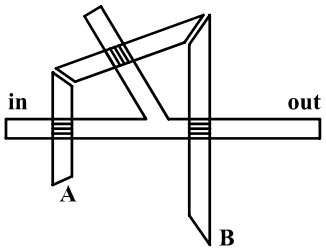
۱۷۲ـ در شکل زیر چنانچه سرعت مرکز دایره A، $۲\frac{cm}{s}$ باشد، سرعت مرکز دایره C چقدر است؟



۱) $۲\frac{\sqrt{۳}}{۳}\frac{cm}{s}$
۲) $۲\sqrt{۳}\frac{cm}{s}$
۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}\frac{cm}{s}$
۴) $\frac{۲}{۳}\sqrt{۶}\frac{cm}{s}$

www.topsoal.ir

۱۷۳- در سیستم دنده‌ای نشان داده شده، دنده A با سرعت زاویه $۵\frac{rad}{s}$ و دنده B با سرعت زاویه‌ای $۲\frac{rad}{s}$ هر دو در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخند، دور محور چقدر است؟



$N_B = ۴۰$

$N_A = ۲۰$

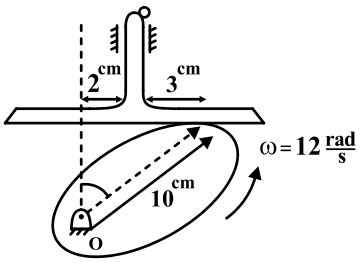
۱) $۱\frac{rad}{s}$ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

۲) $۱\frac{rad}{s}$ در جهت عقربه‌های ساعت

۳) $۳\frac{rad}{s}$ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

۴) $۳\frac{rad}{s}$ در جهت عقربه‌های ساعت

۱۷۴- با توجه به شکل، سرعت صعود پیرو در لحظه نشان داده شده چند است؟



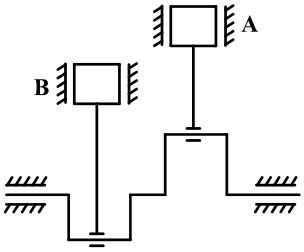
۱) $۶۰\sqrt{۳}\frac{cm}{s}$

۲) $۶۰\frac{cm}{s}$

۳) $۱۲۰\frac{cm}{s}$

۴) $۳۶\frac{cm}{s}$

۱۷۵- در مورد موتور دو سیلندر زیر کدام عبارت درست است؟

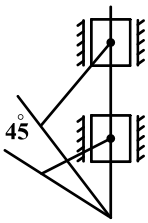


۱) نیروهای اولیه بالانس هستند.

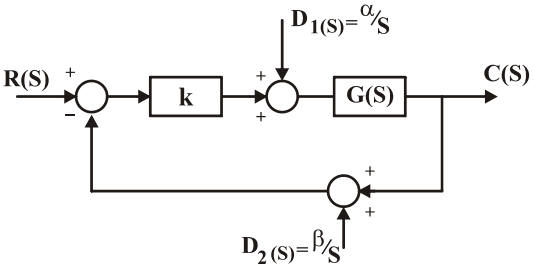
۲) نیروهای ثانویه بالانس هستند.

۳) هم نیروهای اولیه و هم نیروهای ثانویه بالانس هستند.

۴) هیچ‌کدام از نیروهای اولیه یا ثانویه بالانس نیستند.



۱۷۶- در سیستم کنترلی شکل زیر کدام گزینه صحیح است؟



۱) جمع خطای ناشی از دو اغتشاش $D_۱$ و $D_۲$ به ازاء $\alpha = -\beta$، صفر است.

۲) جمع خطای ناشی از دو اغتشاش $D_۱$ و $D_۲$ به ازاء $\alpha = k\beta$، صفر است.

۳) جمع خطای ناشی از دو اغتشاش $D_۱$ و $D_۲$ به ازاء $\alpha = -k\beta$، صفر است.

۴) جمع خطای ناشی از دو اغتشاش $D_۱$ و $D_۲$ به ازاء $\alpha = \beta$، صفر است.

۱۷۷ - تابع تبدیل سیستمی به صورت $G(S)=\frac{s+۵}{s^۴+۵s^۳+۱۰s^۲+۲۰s+۲۴}$ است، در مورد ریشه‌های مخرج آن کدام گزینه صحیح است؟

۱) همه ریشه‌ها در سمت چپ صفحه مختلط می‌باشند.

۲) سه ریشه در سمت چپ و یک ریشه در سمت راست می باشد.

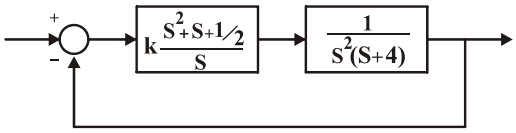
۳) دارای دو ریشه روی محور موهومی و دو ریشه در سمت چپ صفحه مختلط است.

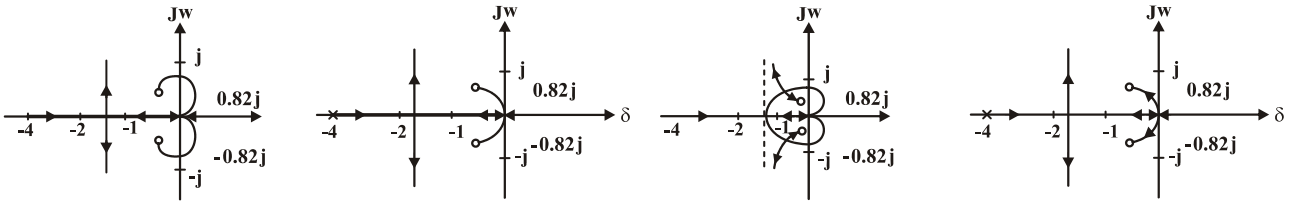
۴) دو ریشه روی محور یک ریشه سمت راست و یک ریشه سمت چپ است.

www.topsoal.ir

۱۷۸ - سیستم کنترلی شکل زیر را در نظر بگیرید، مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه سیستم به ازاء تغییرات مثبت k کدام شکل است؟

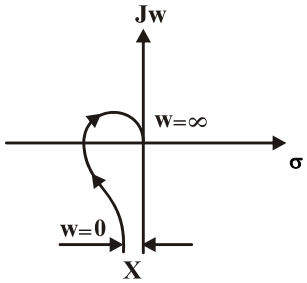
$(\tan\frac{۱}{۷}=۸^\circ)$





(۱) (۲) (۳) (۴)

۱۷۹ - نمودار قطبی سیستمی با تابع تبدیل حلقه باز $G(s)H(s)=\frac{۱}{s(s+p_۱)(s+p_۲)}$ برای $p_۱,p_۲>۰$ بصورت روبرو باشد، با توجه به نمودار مقدار x برابر است با:



۱) صفر

۲) $\frac{-\sqrt{p_۱^۲+p_۲^۲}}{p_۱^۲p_۲^۲}$

۳) $\frac{-(p_۱+p_۲)}{(p_۱^۲)(p_۲^۲)}$

۴) $\frac{p_۱p_۲}{p_۱^۲+p_۲^۲}$

۱۸۰ - در سیستم مکانیکی شکل زیر ورودی نیروی $f(t)$ و پاسخ تغییر مکان $y(t)$ نقطه A است. تابع تبدیل این سیستم $G(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}$ کدام است؟

۱) $\frac{k_۳(k_۲+k_۳+BS)}{k_۲+BS}$

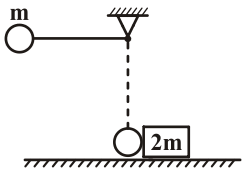
۲) $\frac{k_۲+k_۳+BS}{k_۳(k_۲+BS)}$

۳) $\frac{k_۳+BS}{k_۳(k_۲+BS+k_۳)}$

۴) $\frac{k_۳(k_۲+BS)}{k_۲+k_۳+BS}$

www.topsoal.ir

۱۸۱- پاندولی به جرم m و به طول L از حالت افقی رها می‌گردد و با جرم $2m$ که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد برخورد می‌کند. چنانچه برخورد از نوع الاستیک باشد، سرعت جرم $2m$ بعد از برخورد برابر است با:



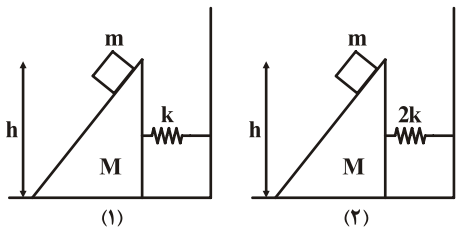
۱) $\frac{2}{3}\sqrt{2gL}$ ۲) $\frac{4}{3}\sqrt{2gL}$

۳) $\frac{3}{4}\sqrt{2gL}$ ۴) $\frac{3}{2}\sqrt{2gL}$

۱۸۲- خودرویی به جرم m و با سرعت v_0 حرکت می‌کند و تنها نیروی مقاومتی $F = c_1 + c_2 v^2$ بر آن وارد می‌شود، پس از طی چه مسافتی خودرو می‌ایستد؟ (C_1 و C_2 مقادیر ثابت می‌باشند)

۱) $\frac{m}{4c_2}\mathrm{Ln}(1+\frac{c_1}{c_2}v_0^2)$ ۲) $\frac{m}{4c_2}\mathrm{Ln}(1+\frac{c_2}{c_1}v_0^2)$ ۳) $\frac{m}{2c_2}\mathrm{Ln}(1+\frac{c_1}{c_2}v_0^2)$ ۴) $\frac{m}{2c_2}\mathrm{Ln}(1+\frac{c_2}{c_1}v_0^2)$

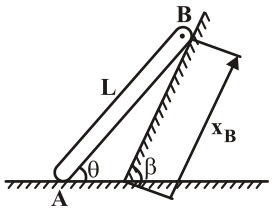
۱۸۳- در سیستم‌های ۱ و ۲ جسمی به جرم m از یک ارتفاع معین شروع به حرکت می‌کند تا از سطح شیب‌دار جدا شده و با سرعت ثابت v در روی سطح صاف حرکت می‌کند، کدام گزینه در مورد سرعت جسم صحیح است؟



۱) سرعت جسم در سیستم ۱ دو برابر سرعت جسم در سیستم ۲ است.
۲) در سیستم ۲ سرعت جسم روی سطح صاف بیشتر از سیستم ۱ می‌باشد.
۳) در سیستم ۱ سرعت جسم روی سطح صاف بیشتر از سیستم ۲ می‌باشد.
۴) هر دو مساویند.

www.topsoal.ir

۱۸۴ - دو انتهای میله ای از یک طرف بر روی سطح افقی و از طرف دیگر روی سطح شیب‌دار قرار دارد. اگر سرعت نقطه B برابر V_B و شتاب آن صفر باشد، شتاب زاویه‌ای میله را بدست آورید.



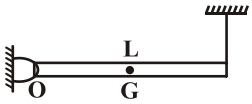
۱) $\alpha = \frac{V_B}{L}\sin^2\beta\frac{\omega\sin\theta}{\cos^2\theta}$

۲) $\alpha = (\frac{V_B}{L})^2\sin^2\beta\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$

۳) $\alpha = (\frac{V_B}{L})^2\sin^2\beta t\times\tan\theta(1+\tan^2\theta)$

۴) $\alpha = \frac{V_B}{L}\sin^2\beta t\times\tan\theta(1+\tan^2\theta)$

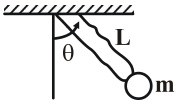
۱۸۵ - در شکل زیر نیروی عکس‌العمل در نقطه O بلافاصله پس از بریدن نخ چقدر است؟



۱) $\frac{mg}{2}$ ۲) $\frac{mg}{3}$

۳) $\frac{mg}{4}$ ۴) صفر

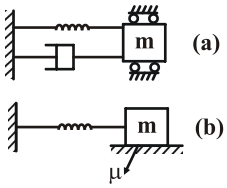
۱۸۶- یک پاندول ساده به طول L مطابق شکل داریم اگر جرم بازو را M بگیریم فرکانس طبیعی پاندول برابر است با:



۱) $\omega = \sqrt{\frac{M+\frac{m}{2}}{M+\frac{m}{3}}(\frac{g}{L})}$ ۲) $\omega = \sqrt{\frac{M+2m}{3M}(\frac{g}{L})}$

۳) $\omega = \sqrt{\frac{M+2m}{3m}(\frac{g}{L})}$ ۴) $\omega = \sqrt{\frac{m+\frac{M}{2}}{m+\frac{M}{3}}(\frac{g}{L})}$

۱۸۷ - اگر دو سیستم (a) و (b) نشان داده شده در شکل با شرایط اولیه یکسان $x(0)=x_0$ و $\dot{x}(0)=0$ شروع به حرکت نمایند، کدام‌یک در پایان حرکت انرژی بیشتری را تلف می‌نمایند.



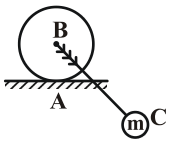
۱) سیستم (a) انرژی کمتری را تلف می‌کند

۲) سیستم (b) انرژی کمتری را تلف می‌کند

۳) هر دو سیستم به یک مقدار انرژی تلف می‌کنند

۴) با اطلاعات داده شده نمی‌توان در مورد اتلاف انرژی قضاوت کرد

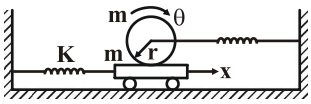
۱۸۸- در سیستم نشان داده شده در شکل زیر پاندول BC به دیسک صلب بدون جرم جوش شده است. اگر شعاع دیسک r و حرکت آن غلتش بدون لغزش باشد، فرکانس طبیعی سیستم برابر است با: (طول میله پاندول برابر L و جرم آن برابر صفر می‌باشد)



۱) $\sqrt{\frac{gL}{(L-r)^2}}$ ۲) $\sqrt{\frac{gL}{(L+r)^2}}$

۳) $\sqrt{\frac{gL}{L^2-r^2}}$ ۴) $\sqrt{\frac{gL}{L^2-r^2+2Lr}}$

۱۸۹ - مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم زیر کدام گزینه است؟



۱) $m\dot{x}^2+\frac{3}{4}mr^2\dot{\theta}^2+mr\dot{x}\dot{\theta}+\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}kr^2\theta+krx\theta$

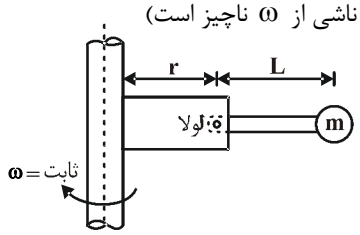
۲) $\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{3}{4}mr^2\dot{\theta}^2+mr\dot{x}\dot{\theta}+kx^2+\frac{1}{2}kr^2\theta^2+kr\theta x$

۳) $m\dot{x}^2+\frac{3}{4}mr^2\dot{\theta}^2+mr\dot{x}\dot{\theta}+kx^2+\frac{1}{2}kr^2\theta^2+kr\theta x$

۴) $\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{3}{4}mr^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}kr^2\theta^2$

www.topsoal.ir

۱۹۰- فرکانس طبیعی حرکت لرزشی جسم m را بدست آورید. (اثر میدان جاذبه در مقابل میدان جانبی ناشی از ω ناچیز است)



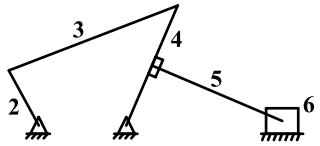
۱) $\omega_n = \omega\sqrt{\frac{r}{L}+1}$

۲) $\omega_n = \omega\sqrt{\frac{2L}{L+r}}$

۳) $\omega_n = \omega\sqrt{2(\frac{r}{L}+1)}$

۴) $\omega_n = \omega\sqrt{2(\frac{L}{r}+1)}$

۱۹۱- مرکز آنی دوران ③ کجا قرار دارد؟



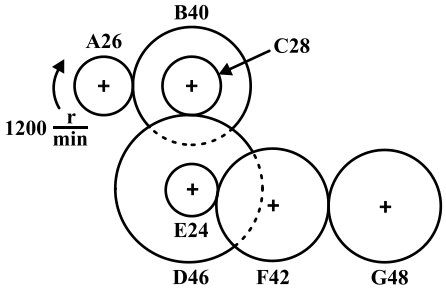
۱) محل برخورد امتداد عضوهای ۲ و ۴

۲) محل برخورد عضوهای ۲ و ۳

۳) محل برخورد امتداد عضوهای ۵ و ۳

۴) محل برخورد عضوهای ۳ و ۴

۱۹۲- سرعت و جهت حرکت چرخ‌دنده G کدام است؟



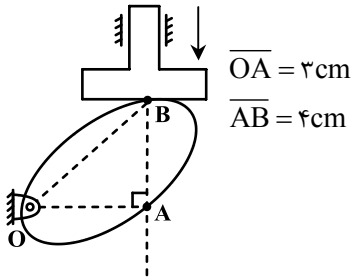
۱) $۶۰۶۵\frac{r}{min}$ در خلاف جهت A

۲) $۶۰۶۵\frac{r}{min}$ در جهت A

۳) $۲۳۷/۴\frac{r}{min}$ در خلاف جهت A

۴) $۲۳۷/۴\frac{r}{min}$ در جهت A

۱۹۳- در مکانیزم بادامک و پیرو نشان داده شده، پیرو با سرعت $۶\frac{cm}{s}$ پایین می‌آید، سرعت زاویه‌ای و سرعت نقطه A بادامک به ترتیب کدامند؟



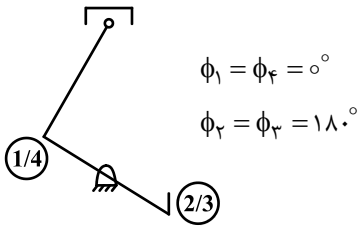
۱) $۶\frac{rad}{s}$

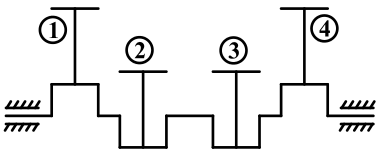
۲) $۱/۲\frac{ras}{s}$

۳) $۲\frac{rad}{s}$

۴) $۱/۵\frac{rad}{s}$

۱۹۴ - در موتور چهار سیلندر مطابق شکل میل لنگها با زوایای نشان داده شده و موقعیت طولی مساوی نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. عوامل نابالانسی در این مورد عبارتند از:





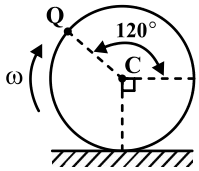
۱) گشتاورهای اولیه و ثانویه

۲) نیروهای اولیه و ثانویه

۳) گشتاور اولیه و نیروی اولیه

۴) گشتاور ثانویه و نیروی ثانویه

۱۹۵ - اگر دیسک روبرو حرکت غلطشی داشته باشد، زاویه بین سرعت‌های نقطه C و Q کدام است؟



۱) ۳۰°

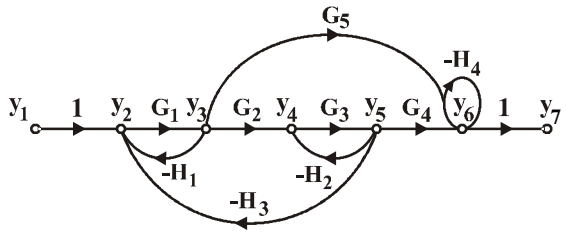
۲) ۱۵°

۳) ۲۰°

۴) ۱۰°

www.topsoal.ir

۱۹۶- در مسیر گذر سیستم مقابل بهره بین y_2 و y_7 کدام گزینه است؟



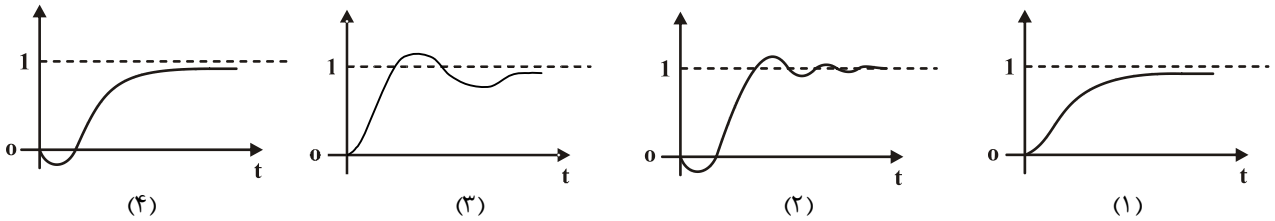
۱) $\frac{y_7}{y_2}=\frac{G_1G_2G_3G_4+G_1G_5}{1+G_3H_2+H_4}$

۲) $\frac{y_7}{y_2}=\frac{G_1G_2G_3G_4+G_1G_5}{1+G_3H_2+H_4+G_1H_1}$

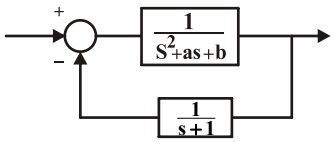
۳) $\frac{y_7}{y_2}=\frac{G_1G_2G_3G_4+G_1G_5(1+G_3H_2)}{1+G_3H_2+H_4+G_3H_2H_4+G_1H_1+G_1G_2G_3H_3}$

۴) $\frac{y_7}{y_2}=\frac{G_1G_2G_3G_4+G_1G_5(1+G_3H_2)}{1+G_3H_2+H_4+G_3H_2H_4}$

۱۹۷ ـ پاسخ سیستمی با $G(s)=\frac{2-s}{s(4+s)}$ و $H(s)=1$ به ورودی پله واحد کدام است؟



۱۹۸ ـ می‌دانیم مکان هندسی ریشه‌های سیستم کنترلی حلقه بسته شکل زیر از نقاط $-1\pm j$ می‌گذرد. مقادیر b و a به ترتیب کدامند؟



۱) ۵ و ۴

۲) ۵ و ۳

۳) ۴ و ۴

۴) ۳ و ۳

۱۹۹ ـ سیستم کنترل زیر را درنظر بگیرید:

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u \quad \text{و} \quad y=[1\ 0]x \quad \text{و} \quad u=-[k_1\ \ k_2]x$$

می‌خواهیم که نسبت میرایی سیستم حلقه ـ بسته برابر ۰/۵ و فراکنس طبیعی میرا نشده آن $1\frac{rad}{sec}$ باشد، مقادیر k_2 و k_1 عبارتند از:

۱) $k_1=2$ و $k_2=2$ ۲) $k_1=-1$ و $k_2=-2$ ۳) $k_1=2$ و $k_2=1$ ۴) $k_1=1$ و $k_2=2$

۲۰۰ ـ کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد کنترلرها صحیح می‌باشد؟

۱) با کنترلر پس‌فاز، پاسخ‌گذاری سیستم بهبود یافته و با بالا بردن بهره جبران‌ساز، رفتار خطای آن اندکی بهتر می‌شود.

۲) با کنترلر پیش‌فاز، زمان صعود و زمان نشست کاهش یافته ولی سرعت پاسخ‌دهی تغییر نمی‌کند.

۳) کنترلر پس‌فاز باعث کاهش حدفاز سیستم می‌شود.

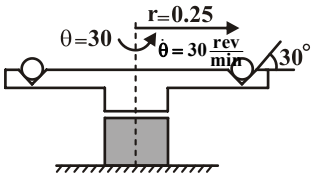
۴) کنترلر PD باعث می‌شود که بیشترین فراجهش (over shoot) بیشتر شده و سیستم پایدارتر می‌گردد.

www.topsoal.ir

۲۰۱- اتومبیلی با سرعت $۷۲\frac{km}{hr}$ در جاده‌ای با ضریب اصطکاک $\mu = ۱$ حرکت می‌کند اگر راننده به یکباره ترمز کند، نسبت مسافت توقف کامل اتومبیل در حالت چرخهای قفل‌نشده به حالت چرخهای قفل چقدر است؟ (در حالت قفل ضریب اصطکاک ۲۰٪ کاهش می‌یابد)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

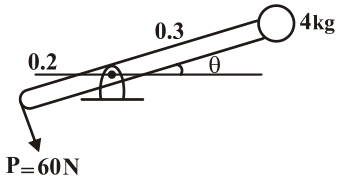
۲۰۲ - مطابق شکل صفحه گردانی که شامل گوی ۴ کیلوگرمی در شعاع ۲۵۰mm می‌باشد، با سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta} = ۳۰\frac{rev}{min}$ می‌چرخد، مطلوبست مقدار و جهت نیروی عمودی بزرگتر وارد بر گوی سمت چپ؟ $(\pi = ۳ \ , \ \cos ۳۰ = ۰/۸)$



۱) ۱۶ ۳۰ ۲) ۳۴ ۳۰

۳) ۱۶ ۳۰ ۴) ۳۴ ۳۰

۲۰۳ - دستگاه شکل مقابل از $\theta = ۰$ رها می‌شود، سرعت گلوله ۴ کیلوگرمی در $\theta = ۹۰^\circ$ چیست؟



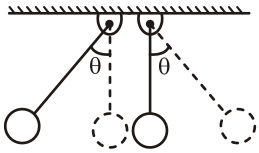
۱) صفر

۲) $\sqrt{۶}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) ۲/۲

۲۰۴- پاندول A به جرم m از زاویه θ از حالت سکون رها شده و به پاندول ساکن B به جرم m برخورد می‌کند، اگر برخورد کاملاً پلاستیک باشد جرم m تا چه زاویه‌ای حرکت می‌کند؟



۱) $\tan\beta = \frac{\cos\theta + ۱}{۴} + ۱$ ۲) $\cos\beta = \frac{\cos\theta - ۱}{۴} - ۱$

۳) $\tan\beta = \frac{\cos\theta - ۱}{۴} + ۱$ ۴) $\cos\beta = \frac{\cos\theta - ۱}{۴} + ۱$

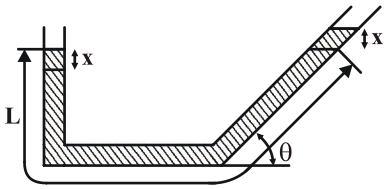
۲۰۵- قطعه کوچکی به جرم m از فاصله h بروی تیری می‌افتد. با فرض اینکه تغییر مکان تیر نسبت به h کوچک باشد بیشترین جابجایی تیر را محاسبه کنید. (در محل اثر جرم m)

www.topsoal.ir

۱) $X=\sqrt{\frac{3mghL^3}{2EI}}$ ۲) $X=\sqrt{\frac{2mghL^3\alpha}{3EI}}$

۳) $X=\sqrt{\frac{3mghL^3\alpha^3}{2EI}}$ ۴) $X=\sqrt{\frac{2mgh\alpha^3L^3}{3EI}}$

۲۰۶ـ سیالی مطابق شکل در لوله‌ای قرار دارد. فرکانس طبیعی سیستم چیست؟



A: سطح مقطع
ρ: چگالی سیال

۱) $\omega_n=\sqrt{\frac{2g\sin\theta}{L}}$

۲) $\omega_n=\sqrt{\frac{g\sin\theta}{L}}$

۳) $\omega_n=\sqrt{\frac{2g}{L}}$

۴) $\omega_n=\sqrt{\frac{g}{L}}$

۲۰۷ ـ کدام‌یک از گزینه های زیر صحیح نمی باشد؟

۱) در حالت تشدید اختلاف فاز بین سیستم و تحریک 90° خواهد بود.

۲) همواره مقدار ماکزیمم دامنه در $\frac{\omega}{\omega_n}\le 1$ اتفاق می‌افتد.

۳) درصورتی که $\frac{\omega}{\omega_n}<1$ باشد، اختلاف فاز با افزایش میرایی کم می‌شود.

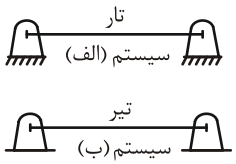
۴) برای مقادیر $r>\sqrt{2}$ مقدار ضریب بزرگنمایی (T_d) به ازای جمع مقادیر ξ کوچکتر از ۱ است.

۲۰۸ـ میله یکنواختی به طول b و جرم m در یک صفحه افقی حول نقطه ثابت o می‌تواند دوران کند. یک انتهای این میله به فنری با ثابت k و جرم ناچیز که در صفحه افقی قرار دارد بسته شده و سر دیگر به نقطه ثابت A وصل است. زمان تناوب نوسانات کوچک میله کدام است؟

۱) $2\pi\sqrt{\frac{6m}{k}}$ ۲) $2\pi\sqrt{\frac{2m}{3k}}$

۳) $2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$ ۴) $2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

۲۰۹ـ سیستم (الف) یک تار با دو انتهای ثابت است و سیستم (ب) یک تیر دو سر مفصل می‌باشد کدام گزینه در مورد فرکانس‌ها و مودهای سیستم صحیح می‌باشد؟



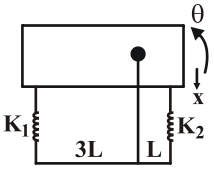
۱) فرکانس های دو سیستم برابر ولی مودهای آن‌ها متفاوت می‌باشد.

۲) فرکانس های دو سیستم متفاوت ولی مودهای آن‌ها یکسان می‌باشد.

۳) فرکانس‌ها و مودهای دو سیستم متفاوت است.

۴) بستگی به مقدار ضریب کشسانی تار و استحکام خمشی تیر دارد.

۲۱۰ـ در سیستم دو درجه آزادی زیر برای آن‌که حرکت‌های θ و x غیر کوپل شوند باید:



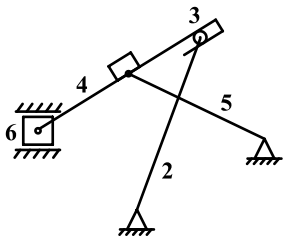
۱) $k_1=\frac{k_2}{3}$

۲) $k_1=\frac{k_2}{4}$

۳) $k_1=3k$

۴) حرکت های x و θ همواره کوپل‌اند

۲۱۱ - درجه آزادی مکانیزم روبرو را تعیین کنید



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

www.topsoal.ir

۲۱۲- در مکانیزم روبرو سرعت نقطه P چند است؟ اگر سرعت نقطه A $۸\frac{cm}{s}$ باشد.

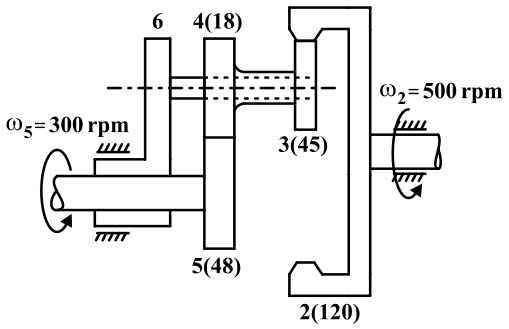
۱) $۶\frac{m}{s}$

۲) $۱۳/۳\frac{cm}{s}$

۳) $۱۰\frac{cm}{s}$

۴) $۶/۴\frac{m}{s}$

۲۱۳- در مجموعهٔ چرخ‌دنده‌ای شکل روبرو، ورودی‌ها چرخ‌دنده خورشیدی ۵ و چرخ‌دنده ۲ هستند که با سرعتهای زاویـه‌ای $\omega_۵ = ۳۰۰rpm$ و $\omega_۲ = ۵۰۰rpm$ هر دو در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخند، دوران منتجه بازوی ۶ را بدست آورید.



۱) این حرکت امکانپذیر نیست.

۲) ۸۰۰ rpm.CW

۳) ۴۰۰rpm.CW

۴) ۴۰۰rpm.CCW

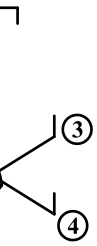
۲۱۴- اگر فاصله میل‌لنگ‌ها مساوی باشد و با زوایای نشان داده نسبت به هم قرار گیرند عامل نابالانسی کدام است؟

۱) نیروهای اولیه

۲) نیروهای ثانویه

۳) گشتاورهای اولیه

۴) گشتاورهای ثانویه



۲۱۵- دیسک مدوری بدون لغزش به طرف راست می‌غلتد، اگر شتاب نسبی نقطه A نسبت بـه مرکـز دیـسک برابـر $(-۴۰\hat{i}+۱۰\hat{j})\frac{cm}{s^۲}$ باشـد، شتاب مرکز دیسک چقدر است؟

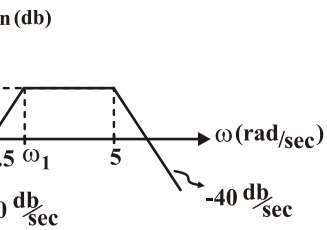
۱) $۱۰\hat{i}-۴۰\hat{j}$

۲) $-۱۰\hat{i}-۴۰\hat{j}$

۳) $۱۰\hat{i}+۴۰\hat{j}$

۴) $-۱۰\hat{i}+۴۰\hat{j}$

۲۱۶- نمودار بد سیستمی به صورت زیر می‌باشد تابع تبدیل آن کدام است؟



۱) $g(s)=\frac{s}{(۱+۲s)(۱+۵s)}$

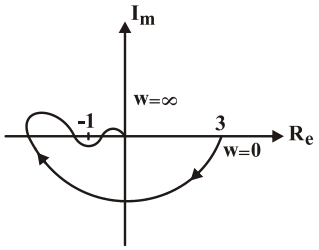
۲) $g(s)=\frac{s}{(۱+۰/۵s)(۱+۰/۲s)}$

۳) $g(s)=\frac{s}{(۱+۰/۵s)(۱+۰/۲s)^۲}$

۴) $g(s)=\frac{s}{(۱+s)(۱+۰/۲۵s)}$

www.topsoal.ir

۲۱۷ـ شکل زیر نمودار نایکوئیست تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک واحد منفی را نشان می‌دهد. بهره حالت ماندگار $(s=0)$ تابع تبدیل حلقه بسته عبارتست از:



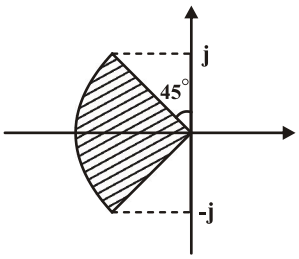
۱) $0/25s$

۲) $0/75s$

۳) $0/5$

۴) 1

۲۱۸ـ مشخصات عملکرد سیستمی که قطب‌های غالب آن درناحیه هاشور خورده است دارای چه ویژگی‌هایی می‌باشد؟



۱) $\omega_n \geq 1 \ , \ \xi \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) $\omega_n \geq \sqrt{2} \ , \ \xi \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

۳) $\omega_n \leq 1 \ , \ \xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

۴) $\omega_n \leq \sqrt{2} \ , \ \xi \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۱۹ـ تابع تبدیل سیستم زیر را که در فضای حالت داده شده بدست آورید:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} U$$

$$y = [1 \quad 0] X$$

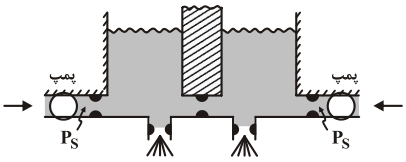
۱) $\frac{3s+3}{s^2+s-2}$

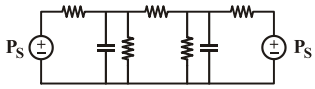
۲) $\frac{s+2}{s^2+s-4}$

۳) $\frac{s+3}{(s+2)(s-1)}$

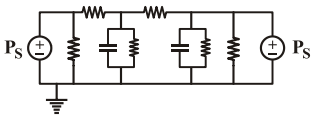
۴) $\frac{3s+3}{s^2+s-4}$

۲۲۰ـ سیستم هیدرولیکی شکل مقابل توسط دو عدد پمپ با فشار P_S تغذیه می‌شود. با فرض تشابه مکانیکی ـ الکتریکی، سیستم الکتریکی معادل را پیدا کنید.

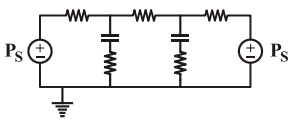




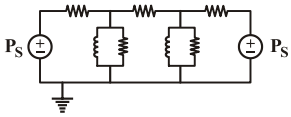
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

www.topsoal.ir

دینامیک و ارتعاشات

۱ ـ گزینه «۳»

$$\dot{s} = v = \text{ثابت} = \frac{-a}{b}\sin\theta.\dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta} = \frac{-bv}{a\sin\theta}$$

$$\vec{v} = v\cos\theta\hat{i} + v\sin\theta\hat{j} \text{ و } \vec{a} = -v\sin\theta.\dot{\theta}\hat{i} + v\cos\theta.\dot{\theta}\hat{j}$$

$$|\vec{a}| = v\dot{\theta} = \frac{-bv^{۲}}{a\sin\theta}$$

۲ ـ گزینه «۱»

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{dv}{c_{۱} - c_{۲}v^{۲}} \rightarrow \int_{\circ}^{t} dt = \int_{\circ}^{v} \frac{dv}{c_{۱} - c_{۲}v^{۲}} \rightarrow t = \frac{۱}{\sqrt{c_{۱}c_{۲}}}\tanh^{-۱}\sqrt{\frac{c_{۲}}{c_{۱}}}v$$

$$\sqrt{\frac{c_{۲}}{c_{۱}}}v = \tanh(\sqrt{c_{۱}c_{۲}}\,t) \text{ و } v = \frac{dx}{dt} \rightarrow \int_{\circ}^{x_{\circ}} dx = \sqrt{\frac{c_{۱}}{c_{۲}}}\int_{\circ}^{t_{\circ}} \tanh\sqrt{c_{۱}c_{۲}}\,t\,dt$$

$$x_{\circ} = \frac{۱}{c_{۲}} \times \ln[\cosh\sqrt{c_{۱}c_{۲}}\,t_{\circ}] \rightarrow e^{x_{\circ}c_{۲}} = \cosh(\sqrt{c_{۱}c_{۲}}\,t_{\circ}) \rightarrow c_{۱} = \frac{[\cosh^{-۱}(e^{x_{\circ}c_{۲}})]^{۲}}{۲}$$

۳ ـ گزینه «۴»

$$\dot{\theta}d\dot{\theta} = \ddot{\theta}d\theta \rightarrow \int_{\circ}^{\dot{\theta}} \dot{\theta}d\dot{\theta} = \int_{\circ}^{\theta} \frac{۳g\cos\theta}{۲l}d\theta \rightarrow \frac{\dot{\theta}^{۲}}{۲} = \frac{۳g}{۲l}\sin\theta \rightarrow \dot{\theta}^{۲} = \frac{۳g\sin\theta}{l}$$

$$\rightarrow \dot{\theta} = \sqrt{\frac{۳g\sin\theta}{l}} \rightarrow \int_{\circ}^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{\frac{۳g\sin\theta}{l}}} = \int_{\circ}^{t} dt \rightarrow t = \int_{\circ}^{\frac{\pi}{۶}} \frac{d\theta}{\sqrt{\frac{۳g}{l}\sin\theta}}$$

$$\rightarrow t = A\sqrt{\frac{l}{۳g}}$$

www.topsoal.ir

۴ ـ گزینه «۲»

با توجه به ترم‌های شتاب در حرکت به سوی بالا و پایین که دقیقاً قرینه‌اند مشخص می‌شود کـه سـرعت برگـشت تـوپ بـه زمـین همـان $۲۰\frac{m}{s}$ می‌باشد.

۵ ـ گزینه «۲»

$$\begin{cases} ۲y_A + y_c = cte \\ ۲(L - y_c) - (L - y_D) = cte \\ ۲(L - y_D) + y_B = cte \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۲a_A + a_c = ۰ \\ a_D - ۲a_c = ۰ \\ a_B - ۲a_D = ۰ \end{cases} \rightarrow a_B = ۸a_A \Rightarrow a_B = ۸ \times \frac{۴}{۳} = \frac{۳۲}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

۶ ـ گزینه «۳»

$$k_۱, k_۲ \qquad \frac{۱}{k_{۱۲}} = \frac{۱}{k_۱} + \frac{۱}{k_۲} \rightarrow k_{۱۲} = \frac{k_۱ k_۲}{k_۱ + k_۲}$$

$$\frac{۱}{۲}k_{eq}\theta^۲ = \frac{۱}{۲}k_۳\theta^۲ + \frac{۱}{۲}k_{۱۲}\theta^۲ + \frac{۱}{۲}k_۴(R\theta)^۲ + \frac{۱}{۲}(k_۵ + k_۶)(R\theta)^۲$$

$$\rightarrow k_{eq} = k_۳ + \frac{k_۱ k_۲}{k_۱ + k_۲} + (k_۴ + k_۵ + k_۶)R^۲$$

۷ ـ گزینه «۴»

$$\delta = Ln(\frac{۱۰}{۰/۹}) = ۰/۱ \rightarrow \delta = \frac{۲\pi\zeta}{\sqrt{۱ - \zeta^۲}} = ۰/۱ \rightarrow \zeta = ۱۶ \times ۱۰^{-۳}$$

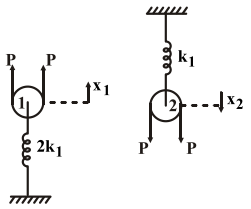
www.topsoal.ir

۸ ـ گزینه «۳»

میله حول خط عمودی که از مرکز جرم می‌گذرد نوسان می‌کند.

۹ ـ گزینه «۴»

کشش طناب $= P$ و جابجایی‌های پولی‌های ۱ و ۲ $= x_1, x_2$



برای پولی ۱ : $2P = 2k_1x_1 \quad (1)$

برای پولی ۲ : $2P = k_1x_1 \quad (2)$

جابجایی کل : $x = 2x_1 + 2x_2 \quad (3)$

در (۲)و(۱) (۳) : $x = 2(\frac{P}{k_1}) + 2(\frac{2P}{k_1}) = \frac{6P}{k_1} \rightarrow k_{eq} = \frac{P}{x} = \frac{k_1}{6} \rightarrow m\ddot{x} + k_{eq}x = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \sqrt{\frac{k_1}{6m}}$

۱۰ ـ گزینه «۲»

$$Lp\ddot{x} + 2pxg = 0 \rightarrow \ddot{x} + \frac{2g}{L}x = 0 \rightarrow \omega_n^2 = \frac{2g}{L} \rightarrow \omega_n = \frac{2\pi}{T_n} = \sqrt{\frac{2g}{L}} \rightarrow T_n = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

۱۱ ـ گزینه «۱»

حداقل طول میله ۳ : $30 + 100 \leq 60 + x \rightarrow x > 70$

$30 + x - 60 < 100 \rightarrow x < 130 \rightarrow 130 - 70 = 60$

۱۲ ـ گزینه «۲»

$$3(n-1) - 2f_1 - f_2 = 18 - 2(7) - 1 = 3$$

www.topsoal.ir

۱۳ـ گزینه «۱»

$$۳(n-۱)-۲f_۱-f_۲=۱۵-۲(۷)=۱$$

$$\frac{n(n-۱)}{۲}=\frac{۶\times ۵}{۲}=۱۵$$

۱۴ ـ گزینه «۲»

مرکز آنی زمین و عضو ۳ در امتداد عضو ۴ و در ∞ می‌باشد.

۱۵ـ گزینه «۱»

با رسم کردن چند موقعیت خاص، شکل ۱ پدیدار می‌شود.

۱۶ ـ گزینه «۱»

$$\frac{c_۱}{R_۲}=\frac{-G_۱G_۲G_۴G_۵G_۶}{۱-G_۱G_۲G_۳G_۴G_۵G_۶}$$

۱۷ـ گزینه «۳»

در حلقه $x_۱$: $\dot{x}_۱=-x_۱+\frac{۱}{۲}x_۲+r$

در حلقه $x_۲$: $\dot{x}_۲=x_۱-\frac{۱}{۲}x_۲-x_۲-r=x_۱-\frac{۳}{۲}x_۲-r$

$$y=x_۱-\frac{۱}{۲}x_۲-x_۲-r=x_۱-\frac{۳}{۲}x_۲-r$$

$$\rightarrow [\dot{x}]=\begin{bmatrix}-۱ & \frac{۱}{۲}\\ ۱ & -\frac{۳}{۲}\end{bmatrix}[x]+\begin{bmatrix}۱\\ -۱\end{bmatrix}r$$

$$y=[۱ \quad -\frac{۳}{۲}][x]+[-۱]r$$

www.topsoal.ir

۱۸- گزینه «۴»

$$SI - A = \begin{bmatrix} s & -۱ \\ ۳ & s+۴ \end{bmatrix}$$

$$(SI - A)^{-۱} = \frac{۱}{s^۲ + ۴s + ۳} \begin{bmatrix} s+۴ & ۱ \\ -۳ & s \end{bmatrix}$$

$$G(s) = [۱۰ \ , \ ۰] \begin{bmatrix} \frac{s+۴}{\Delta} & \frac{۱}{\Delta} \\ -\frac{۳}{\Delta} & \frac{s}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = \frac{۱۰}{s^۲ + ۴s + ۳}$$

۱۹- گزینه «۴»

$$G(s) = \frac{c(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k}{s(s+۳)}}{۱ + \frac{k}{s(s+۲)(s+۳)}} = \frac{k(s+۲)}{s(s+۲)(s+۳) + k}$$

معادله مشخصه : $s^۳ + ۵s^۲ + ۶s + k$

$s^۳$	۱	۶	
$s^۲$	۵	k	$\boxed{k > ۰}$
s	$\frac{۳۰ - k}{۵}$		$\frac{۳۰ - k}{۵} > ۰ \rightarrow \boxed{k < ۳۰}$
$s^۰$	k		

www.topsoal.ir

۲۰ـ گزینه «۳»

$s^{۴}$	۱	۳	۶
$s^{۳}$	۱	۳	
$s^{۲}$	$\circ \simeq \varepsilon$	۶	
s	$\frac{۳\varepsilon - ۶}{\varepsilon}$		
s°	۶		

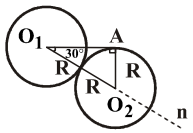
$$\boxed{\varepsilon > \circ}$$

$$\frac{۳\varepsilon - ۶}{\varepsilon} = ۳ - \frac{۶}{\varepsilon} \simeq -\frac{۶}{\varepsilon} < \circ$$

www.topsoal.ir

۲۱ ـ گزینه «۲»

در زمان برخورد دو گوی همانند شکل مقابل داریم:



چون در مثلث قائمه O_1O_2A یک ضلع نصف وتر است پس زاویهٔ $O_2\hat{O}_1A$ برابر است با ۳۰ درجه، با فرض نبود اصطکاک بین دو گلوله، نیروی مبادله بین آن‌ها تنها در راستای n (خط و اصل مراکز گوی‌ها) خواهد بود و در نتیجه سرعت گلوله ۲ در راستای عمود بر n (به دلیل نداشتن سرعت اولیه و تکانه در این راستا) صفر خواهد ماند. بقای اندازه حرکت در راستای n نتیجه می‌دهد:

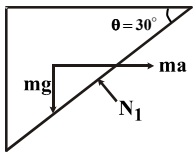
$$\left.\begin{array}{l} V_\circ \cos ۳\circ = V'_{۱n} + V'_{۲n} \\ e = -\dfrac{V'_{۲n} - V'_{۱n}}{V_{۲n} - V_{۱n}} = -\dfrac{V'_{۲n} - V'_{۱n}}{\circ - V_\circ \cos ۳\circ} \end{array}\right\} \Rightarrow V'_{۲n} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۱+e)V_\circ = V_۲$$

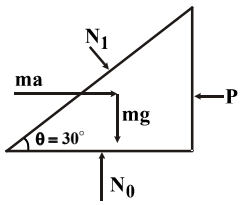
همین شرایط و روابط برای برخورد بین گوی دوم و گوی سوم نیز برقرار است، پس:

$$V_۳ - V'_{۳n} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۱+e)V_۲ = \frac{۳}{۱۶}(۱+e)^۲ V_\circ$$

۲۲ ـ گزینه «۱»

ابتدا دیاگرام تعادلی دو قطعه را رسم می‌کنیم: (طبق اصل دالامبر)





$$\text{قطعه A}: \left.\begin{array}{l} \sum F_x = ma \Rightarrow N_۱ \sin\theta = ma \\ \sum F_y = \circ \Rightarrow N_۱ \cos\theta = mg \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \tan\theta = \dfrac{a}{g} \Rightarrow a = g\tan\theta \quad (۱) \\ N_۱ = \dfrac{ma}{\sin\theta} \quad (۲) \end{array}\right.$$

$$\text{قطعه B}: \sum F_x = ma \Rightarrow -N_۱ \sin\theta + P = ma \Rightarrow (۲) \Rightarrow P = ۲ma \Rightarrow (۱) \Rightarrow P = ۲mg\tan\theta = \frac{۲mg}{\sqrt{۳}}$$

نکته: از اول می‌توان دو بلوک را به صورت یک جسم مجزاء در نظر گرفت و طبق قانون دوم نیوتن:

$$\sum F_x = (۲m)\ddot{x} \Rightarrow P = ۲ma$$

www.topsoal.ir

۲۳ ـ گزینه «۲»

$$W_F = \Delta K + \Delta V_g \quad (۱)$$

دقت شود جابه‌جایی خالص در راستای نیرو برابر است. $d = \sqrt{(\frac{۳}{۱۰})^۲ + (\frac{۴}{۱۰})^۲} - \frac{۱}{۱۰}$

$$\text{کار نیروی } F = F \times d = ۱۰ \times \frac{۴}{۱۰} = ۴ = W_F$$

$$\text{تغییر در انرژی پتانسیل} = \Delta V_g = mg\Delta h = ۱ \times ۱۰ \times ۰/۳ = ۳$$

$$\text{تغییر در انرژی پتانسیل} = \Delta K = \frac{۱}{۲} mV^۲ = \frac{V^۲}{۲}$$

$$\Rightarrow (۱) \Rightarrow V = \sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

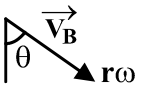
نکته: اگر یک نیرو در راستای عمود بر مسیر حرکت جابه‌جا شود، کاری انجام نمی‌دهد.

۲۴ ـ گزینه «۴»

با نوشتن رابطه سرعت نسبی برای بازوی BC داریم:

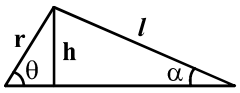
$$\vec{V}_c = \vec{V}_B + \vec{V}_{\frac{c}{B}} \quad (*)$$

$$\vec{V}_c = V_c\vec{i} \quad \text{و}$$



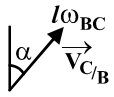
$$\Rightarrow \vec{V}_B = r\omega\sin\theta\vec{i} - r\omega\cos\theta\vec{j}$$

و برای نوشتن سرعت نسبی $\vec{V}_{\frac{C}{B}}$ به صورت برداری داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\theta = \frac{h}{r} \Rightarrow h = r\sin\theta \\ \sin\alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow h = l\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow r\sin\theta = l\sin\alpha \Rightarrow$$

$$\sin\alpha = \frac{r\sin\theta}{l} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{۱ - \sin^۲\alpha} = \sqrt{۱ - \frac{r^۲}{l^۲}\sin^۲\theta}$$



$$\Rightarrow \vec{V}_{C/B} = l\omega_{BC}\sin\alpha\vec{i} + l\omega_{BC}\cos\alpha\vec{j}$$

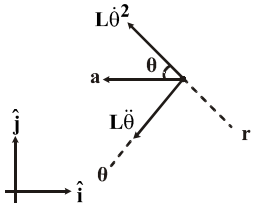
با جایگذاری سرعت‌های برداری فوق در رابطه (*) داریم:

$$V_c\vec{i} = r\omega\sin\theta\vec{i} - r\omega\cos\theta\vec{j} + l\omega_{BC}\sin\alpha\vec{i} + l\omega_{BC}\cos\alpha\vec{j} \Rightarrow$$

$$l\omega_{BC}\cos\alpha = r\omega\cos\theta,\ \cos\alpha = \sqrt{۱ - \frac{r^۲}{l^۲}\sin^۲\theta} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{r\omega}{l} \times \frac{\cos\theta}{\sqrt{۱ - \frac{r^۲}{l^۲}\sin^۲\theta}}$$

www.topsoal.ir

۲۵ ـ گزینه «۱»



$$\vec{a}_A = \vec{a}_o + \vec{a}_{\frac{A}{o}} = a\vec{i} - L\omega^{۲}\hat{r} + L\ddot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\sum F_r = ma_r \Rightarrow -T + mg\sin\theta = +m[- \quad \theta - L\dot{\theta}^{۲}] \quad (۱)$$

$$\sum F_\theta = ma_\theta \Rightarrow mg\cos\theta = +m[L\ddot{\theta} + a\sin\theta] \quad (۲)$$

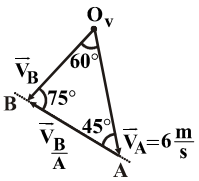
$$(۲) \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{[g\cos\theta - a\sin\theta]}{L}$$

$$\ddot{\theta}d\theta = \dot{\theta}d\dot{\theta} \Rightarrow \int_{\circ}^{\theta} \ddot{\theta}d\theta = \int_{\circ}^{\theta} \frac{(g\cos\theta - a\sin\theta)}{L}d\theta = \frac{۱}{L}[g\sin\theta + a\cos\theta - a]$$

$$\int_{\circ}^{\dot{\theta}} \dot{\theta}d\dot{\theta} = \frac{\dot{\theta}^{۲}}{۲} \Rightarrow \dot{\theta} = \sqrt{\frac{۲}{L}[g\sin\theta + a(\cos\theta - ۱)]}$$

۲۶ ـ گزینه «۳»

$$\overset{-\checkmark}{\vec{V}_B} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_A} + \overset{-\checkmark}{\vec{V}_{\frac{B}{A}}}$$



$$\frac{|\vec{V}_{\frac{B}{A}}|}{\sin ۶\circ^\circ} = \frac{|\vec{V}_A|}{\sin ۷۵^\circ} \Rightarrow \vec{V}_A = \frac{۶ \times \sin ۶\circ}{\sin ۷۵^\circ} = ۵/۳۸\frac{m}{s}$$

$$\omega_{AB} = \frac{\vec{V}_{\frac{B}{A}}}{|AB|} = ۱/\circ ۸\frac{rad}{s}$$

www.topsoal.ir

۲۷ـ گزینه «۱»

نکته: شتاب مرکز دیسک در حالت غلتش خالص برابر است با مقدار $r\alpha$ و راستای شتاب، کاملاً افقی است.

$$a_c = a_A + a_{\frac{c}{A}} = r\alpha\hat{i} + (r\alpha\hat{i} - r\omega^2 j) = 2r\alpha\hat{i} - r\omega^2\hat{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{a}_c| = \sqrt{4r^2\alpha^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\omega^4 + 4\alpha^2}$$

۲۸ ـ گزینه «۳»

روش اول: سریع‌ترین روش برای حل تست از روش مرکز آنی دوران است.

نکته: سرعت محل برخورد دیسک غلتان با زمین برابر صفر است (نقطه c در شکل) پس می‌توان گفت مرکز آنی دوران دیسک در هر لحظه نقطه c می‌باشد.

$$\omega = \frac{|V_0|}{r} = 10\frac{rad}{s}$$

$$AC^2 = OC^2 + OA^2 - 2OA\cdot OC\cdot\cos\theta = 0/5^2 + 0/4^2 - 2\times 0/4\times 0/5\times\cos(90+30)$$

$$\Rightarrow AC = \frac{\sqrt{61}}{10} \Rightarrow V_A = |AC|\cdot\omega = \sqrt{61}$$

روش دوم:

$$\Rightarrow |\vec{V}_A| = \sqrt{61}\quad \vec{V}_A = \vec{V}_C + \vec{V}_{\frac{A}{C}} = 5\hat{i} + \vec{\omega}\times\overrightarrow{OA} = 5\hat{i} + (-10)\hat{k}\times(0/2\hat{j} - \frac{2\sqrt{3}}{10}\hat{i})$$

۲۹ـ گزینه «۴»

نکته: اگر دو نقطه از یک جسم صلب دارای سرعت یکسان (هم از نظر جهت و هم از نظر اندازه) باشند، آن جسم در آن لحظه فقط دارای حرکت انتقالی است و دوران نمی‌کند یا می‌توان گفت مرکز آنی دوران جسم در بی‌نهایت قرار دارد. جسم۳ نیز در همین وضعیت قرار دارد و مرکز آنی دوران میله AB در بی‌نهایت قرار دارد (در راستای O_2A)

$$\vec{V}_A = O_2A\cdot\omega = \vec{V}_B = \vec{V}_C$$

پس نقطه c سرعتی برابر $O_2A\cdot\omega$ در راستای افق (در راستای میلهٔ CD) دارد از آن‌جا که نقطهٔ c سرعتی عمود بر میله ندارد، طبق قضیه خط انتقال $\vec{V}_C = \vec{V}_D = \vec{V}_A$ (نقطه D هم فقط حرکت افقی دارد).

قضیه خط انتقال: در لینک‌های صلب، مولفهٔ سرعت هر دو نقطه، در راستای خط واصل بین نقاط ، یکسان است.

با توجه به مفهوم خط انتقال نتیجه می‌شود که باید مولفه‌های سرعت نقاط A, B در راستای خط انتقال AB برابر باشند اما چون در لحظه مورد نظر سرعت این دو نقطه افقی است، پس بردار سرعت نقاط A, B یکسان است و در نتیجه باید به طور لحظه‌ای سرعت زاویه‌ای عضو۳ صفر باشد ($\omega_3 = 0$)

$$\vec{V}_C = V_A + \vec{V}_{\frac{C}{A}} = \vec{V}_A + AC\times\omega_3 = \vec{V}_A$$

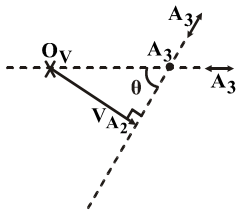
www.topsoal.ir

۳۰ـ گزینه «۳»

اندازه سرعت $\vec{V}_{A_۳}$ و $\vec{V}_{\frac{A_۳}{A_۲}}$ مشخص نیست.

$$\overset{-\checkmark}{\vec{V}_{A_۳}} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_{A_۲}} + \overset{-\checkmark}{\vec{V}_{\frac{A_۳}{A_۲}}}$$

اگر روی میله۲ بنشینیم، می‌بینیم که لینک۳ به سمت شما می‌آید یعنی در راستای لینک۲ حرکت می‌کند. نقطهٔ $A_۳$ نیز مجبور است که در راستای شیار نیز حرکت کند.



$$V_{A۲} = L \times \omega = \frac{h\omega}{\sin\theta} \Rightarrow V_{A۳} = \frac{V_{A۲}}{\sin\theta} = \frac{h\omega}{\sin^۲\theta}$$

* دقت شود که سرعت $A_۲$ عمود برمیله است پس می‌توان گفت راستای سرعت $A_۲$ و $A_۳$ برهم عمود هستند. (سرعت لغزندهٔ۳ و۴ یکی است.)

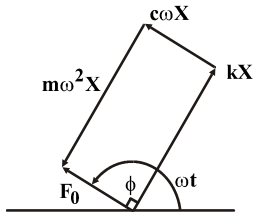
۳۱ ـ گزینه «۱»

در حالت تشدید خواهیم داشت:

$$X_{res} = \frac{F}{c\omega_n} = \frac{F\cdot\tau}{۲\pi C} \Rightarrow C = \frac{F\cdot\tau}{۲\pi X_{res}} = \frac{۲۴/۴۶\times ۰/۲}{۲\pi\times ۱/۲۷\times ۱۰^{-۲}} = ۶۱/۳\frac{Ns}{m}$$

نکته: دقت شود که این فرمول از حل کردن مسأله به صورت ترسیمی به دست می‌آید.

در حالت $\omega = \omega_n$: ($\varnothing = ۹۰$ زاویه فاز)



www.topsoal.ir

۳۲ ـ گزینه «۳»

چون سیستم خطی است می‌توان از اصل بر هم نهی استفاده کرد:

$$x(t)=x_۱(t)+x_۲(t)+x_۳(t)+x_۴(t)$$

$$X_۱(t)=\frac{F_۱}{k-m\omega^۲}=\frac{۱۰}{۱۰-۱\times(۰/۵)^۲}=۱/۰۳ \Rightarrow x_۱(t)=۱/۰۳\sin ۰/۵t$$

$$X_۲(t)=\frac{F_۲}{k-m\omega^۲}=\frac{۱۰}{۱۰-۱\times(۱/۵)^۲}=۱/۲۹ \Rightarrow x_۲(t)=۱/۲۹\cos ۱/۵t$$

۳۳ ـ گزینه «۳»

$$\sum F=ma \Rightarrow -k(x-y)=m\ddot{x}$$

باید معادلات دینامیکی خودرو را نوشت:

$$y=Y\sin\omega t=Y\sin(\frac{۲\pi V}{L}t) \Rightarrow$$

جواب حالت ماندگار $m\ddot{x}+kx=kY\sin(\omega t) \Rightarrow x_p=X\sin\omega t$

$$\Rightarrow X=\frac{Y}{۱-(\frac{\omega}{\omega_n})^۲}$$

$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow$ اگر $\frac{\omega}{\omega_n}=۱$ کسر = مخرج = صفر $\Rightarrow V=\frac{L}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

* مهم‌ترین کار در انجام مسائل ارتعاشاتی نوشتن معادله دینامیکی مسئله به صورت صحیح است.

۳۴ ـ گزینه «۳»

با استفاده از معادله اویلر معادله دینامیکی سیستم را می‌نویسیم: (نیروی وارد از طرف بالای جرم $T=m$)

$$\sum M=J\ddot{\theta} \Rightarrow J_\circ\ddot{\theta}=-T(۲r_۱)-k(۲r_۱\theta)۲r_۱-c(r_۱\dot{\theta})r_۱+M_\circ\sin\omega t$$

$$\sum F=m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x}=-kx+T-F_\circ\cos\omega t \Rightarrow T=kx+F_\circ\cos\omega t$$

← شرط غلتش ناب در سیستم برابر است با: $x=r_۲\theta=۲r_۱\theta$

$$\Rightarrow J_\circ(\frac{\ddot{x}}{۲r_۱})=-۲r_۱[kx_۱+F_\circ\cos\omega t+m\ddot{x}]-۴kr_۱^۲\theta-cr_۱^۲\dot{\theta}+M_\circ\sin\omega t$$

$$\Rightarrow (m+\frac{J}{۴r_۱^۲})\ddot{x}+۲kx+\frac{c\dot{x}}{۴}=\frac{M_\circ}{۲r_۱}\sin\omega t-F_\circ\cos\omega t$$

www.topsoal.ir

۳۵ـ گزینه «۳»

$$\left\{\begin{array}{l} f=60\,Hz \Rightarrow \omega=2\pi f=120\pi\dfrac{rad}{s} \\ \omega_n=\sqrt{\dfrac{k}{m}}=\sqrt{\dfrac{k}{\frac{W}{g}}}=\sqrt{\dfrac{kg}{W}}=120\pi rad \end{array}\right\} \Rightarrow k=\frac{(120\pi)^2 W}{g}=14/2\times10^6\,\frac{N}{m}$$

چون سختی تمام گزینه‌ها کمتر از مقدار به دست آمده است لذا نسبت $\frac{\omega}{\omega_n}$ برای تمام گزینه‌ها بزرگتر از یک می‌باشد. در ناحیه $\frac{\omega}{\omega_n}>1$ (در نمودار نسبت انتقال‌پذیری برحسب $\frac{\omega}{\omega_n}$) هر چه مقدار $\frac{\omega}{\omega_n}$ بزرگتر باشد TR (نسبت انتقال‌پذیری) مقدار کمتری دارد و نیروی ارتعاش کمتری به پایه منتقل می‌شود. بنابراین گزینه (۳) صحیح است چرا که کمترین سختی و ω_n را دارد.

۳۶ ـ گزینه «۳»

دقت شود که برای رسم مکان هندسی برحسب بهرهٔ k، باید معادله مشخصه به صورت $1+kG(s)H(s)=0$ نوشته شود.

$$\Rightarrow s^2+ks^2+s+5ks+6k=s^2+s+k(s^2+5s+6)=0 \Rightarrow 1+k\frac{(s+2)(s+3)}{s(s+1)}=0$$

پس تابع تبدیل حلقه باز برابر است با $\frac{(s+2)(s+3)}{s(s+1)}=G(s)H(s)$ که دارای دو قطب $p=0,-1$ دو صفر $z=-2,-3$ می‌باشد. تعداد مجانب‌های سیستم برابر باست با:

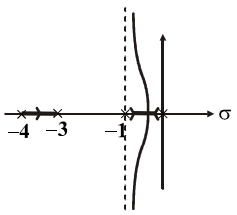
تعداد مجانب = درجه مخرج − درجه صورت $=2-2=0$

* دقت شود که حتماً تابع تبدیل حلقه باز برای رسم مکان هندسی لازم است. و حتماً در فرم $1+kGH(s)=0$ باشد.

۳۷ ـ گزینه «۱»

تعداد مجانب‌ها $=n-m=3-1=2$

محل تقاطع مجانب‌ها با محور حقیقی $=\sigma=\frac{\sum P-\sum Z}{n-m}=\frac{-1-4-(-3)}{3-1}=-1$



سیستم فقط به ازای $k=0$ نوسانی می‌شود و به ازای تمام مقادیر $k>0$ پایدار است چرا که نمودار مکان هندسی در سمت چپ محور موهومی قرار دارد. هم‌چنین فاصلهٔ $[-\infty,-4]$ جزء مکان هندسی نیست، چرا که در سمت راست این بازه تعدادی زوج، قطب و صفر وجود دارد.

www.topsoal.ir

۳۸ ـ گزینه «۴»

$$\text{خطای حالت ماندگار} = E(S) = R(S) - C(S)H(S) = R(S)[1 - F(S)H(S)]$$

$$\text{تابع تبدیل حلقه بسته} = F(S) = \frac{G(S)}{1+G(S)H(S)} = \frac{\dfrac{k}{(s+1)(s+2)}}{1+\dfrac{k}{(s+1)(s+2)(s+3)}} = \frac{k(s+3)}{(s+1)(s+2)(s+3)+k}$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{1}{s}\cdot\left(1-\frac{k}{(s+1)(s+2)(s+3)+k}\right) = 1-\frac{k}{6+k} = \frac{6}{100} \Rightarrow k = 94$$

حال شرط پایداری را چک می‌کنیم:

$$\text{معادله مشخصه} = (s+1)(s+2)(s+3)+k = s^3+6s^2+11s+6+k = 0$$

با توجه به جدول راث می‌بینیم که به ازای $k = 94$ سیستم پایدار نیست.

$$\begin{array}{c|cc} S^3 & 1 & 11 \\ S^2 & 6 & 6+k \\ S^1 & \dfrac{66-6-k}{6} & 0 \\ S^0 & 6+k & \end{array} \Rightarrow -6 < k < 60$$

$$\left.\begin{array}{r} \text{خروجی} = C(s) \\ \text{ورودی} = R(s) \\ \dfrac{k}{(s+1)(s+2)} = G(s) \\ \dfrac{1}{s+3} = H(s) \end{array}\right\} *$$

* نکته: می‌توان مسئله را از فرمول $e_{ss} = \lim_{s\to 0}\dfrac{SR(s)}{1+G(s)H(s)}$ نیز حل کرد.

* در شکل سیستم خطا عبارت است از مقدار عددی بعد از تفاضلگر.

www.topsoal.ir

۳۹ ـ گزینه «۲»

از روی شکل می‌توان تابع تبدیل حلقه باز را به دست آورد چون فقط سه قطب $s=-5,-2,0$ داریم، لذا:

$$\text{تابع تبدیل حلقه باز} = G(s)H(s) = \frac{k}{s(s+2)(s+5)}$$

$$\text{معادله مشخصه} = 1+G(s)H(s)=0 \Rightarrow s(s+2)(s+5)+k = s^3+7s^2+10s+k=0$$

حال جدول راث ـ هروتیس را تشکیل می‌دهیم:

وقتی ستون اوّل صفر شود سیستم به حالت نوسانی در می‌آید.

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 10 \\ s^2 & 7 & k \\ s^1 & \frac{70-k}{7} & 0 \\ s^0 & k & \end{array} \Rightarrow \text{بحرانی } k_c = 70$$

$$\text{معادله کمکی}: 7s^2+k = 7s^2+70=0 \Rightarrow s=\pm i\sqrt{10}$$

* از روی شکل مکان هندسی می‌توان تابع تبدیل حلقه باز و در نتیجه تابع تبدیل حلقه بسته و در نهایت معادله مشخصه را به دست آورد.

۴۰ـ گزینه «۱»

اگر نقطهٔ S_1 جزء مکان هندسی باشد باید در شرط اندازه و زاویه صدق کند.

$$\text{شرط اندازه} = |G(s)H(s)| = +1 \Rightarrow \left|\frac{18s+k}{s^2(s+10)}\right| = 1 \Rightarrow \left|\frac{18(-1+j)+k}{(-1+j)^2(-1+j+10)}\right| = 1$$

$$\Rightarrow \left|\frac{(k-18)+18j}{-2j(9+j)}\right| = \left|\frac{(k-18)+18j}{(-18j+2)}\right| = \frac{\sqrt{(k-18)^2+18^2}}{\sqrt{18^2+2^2}} = 1 \Rightarrow k=16$$

www.topsoal.ir

۴۱ـ گزینه «۳»

ابتدا معادلات مربوط به حرکت پرتابه را مشخص می‌کنیم:

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$

$$v_x = v_0 \cos\theta \qquad v_y = -gt + v_0 \sin\theta$$

$$x = (v_0 \cos\theta)t \qquad y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\theta)t$$

زمانی که گلوله مجدداً به $y = 0$ می‌رسد : $t = \frac{2v\sin\theta}{g}$

برد پرتابه : $x = R = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$

حرکت با شتاب ثابت تانک:

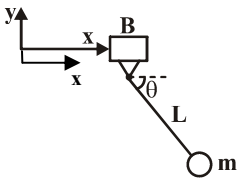
$$x = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{v_0 t}^{\,0} + \cancel{x_0}^{\,0}$$

$$\frac{\cancel{v^2} \sin 2\theta}{\cancel{g}} = \frac{1}{\cancel{2}}a\left(\frac{\cancel{4}^{\,2}\,\cancel{v^2} \sin 2\theta}{g^2}\right) \Rightarrow a = \frac{g}{2}\,\frac{2\cancel{\sin\theta}\cos\theta}{\sin^2\theta} = g\cot\theta$$

www.topsoal.ir

۴۲ ـ گزینه «۱»

به مجموعه در جهت افقی هیچ نیرویی اعمال نمی‌شود. بنابراین مؤلفه‌ی شتاب مرکز جرم در جهت افقی صفر است همچنین با توجه به اینکه از حالت سکون حرکت می‌کند بنابراین مؤلفه‌ی x مرکز جرم تغییر نمی‌کند.



$$\bar{x} = \frac{m_B x + m_A (x + L\cos\theta)}{m_A + m_B}$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{m}{۲}x + m(x + L\cos\theta)}{\frac{۳}{۲}m}$$

زمانیکه $\theta = ۰$ ، $x = ۰$ ،

$$\bar{x} = \frac{۲}{۳}L$$

زمانیکه $\theta = \frac{\pi}{۲}$ داریم:

$$\bar{x} = x$$

بنابراین، $\boxed{x = \frac{۲}{۳}L} = ۰/۶L$

که از مقدار $۰/۵L$ بزرگتر است بنابراین برخورد صورت می‌گیرد.

۴۳ ـ گزینه «۲»

معادلات سرعت برای جسم صلب را می‌نویسیم:

$$V_A = V_\circ + V_{\frac{A}{o}}$$

$$V_\circ = V\vec{i} \quad , \quad V_{\frac{A}{o}} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{\frac{A}{o}}$$

$$\vec{r}_{\frac{A}{o}} = r(\cos ۳۰\vec{i} + \sin ۳۰\vec{j}) \ , \ \vec{\omega} = -\omega\vec{k}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{r}_{\frac{A}{o}} = -\omega\vec{k} \times (r\cos ۳۰\vec{i} + \sin ۳۰\vec{j}) = -r\omega\cos ۳۰\vec{j} + r\omega\sin ۳۰\vec{i}$$

$$\vec{V}_A = -V\cos ۳۰\vec{j} + (V\sin ۳۰ + V)\vec{i}$$

$$V_A = \sqrt{(\frac{\sqrt{۳}}{۲}v)^۲ + (\frac{۳}{۲}v)^۲} = V\sqrt{\frac{۳}{۴} + \frac{۹}{۴}} = V\sqrt{\frac{۱۲}{۴}} = \sqrt{۳}V$$

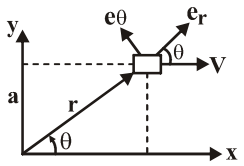
www.topsoal.ir

۴۴ ـ گزینه «۲»

روابط مربوط به سرعت و شتاب در مختصات قبلی را می‌نویسیم:

$$\vec{V} = \dot{r}e_r + r\dot{\theta}e_\theta \quad , \quad \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)e_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})e_\theta$$

سرعت و شتاب در دستگاه xy را به دستگاه قبلی منتقل می‌کنیم:



$$v_r = v\cos\theta = \dot{r} \qquad v_\theta = -v\sin\theta = r\dot{\theta}$$

$$a_r = 0 \ , \ a_\theta = 0$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0$$

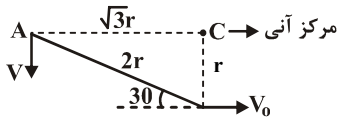
$$\ddot{r} = r\dot{\theta}^2 = \cancel{r}\left(\frac{v^2\sin^2\theta}{r^{\cancel{2}}}\right) = \frac{v^2\sin^2\theta}{r}$$

$$\sin\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$\ddot{r} = \frac{v^2\sin^2\theta}{\frac{a}{\sin\theta}} = \frac{v^2}{a}\sin^3\theta$$

۴۵ ـ گزینه «۳»

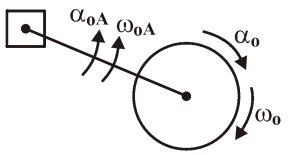
با استفاده از مفهوم مرکز آنی سرعت زاویه‌ای میله OA و دیسک O را تعیین می‌کنیم:



$$\omega_{OA} = \frac{V}{\sqrt{3}r}$$

$$v_O = r \times \omega_{OA} = r \times \frac{V}{\sqrt{3}r} = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

$$\omega_O = \frac{V_O}{r} = \frac{V}{r\sqrt{3}}$$



روابط شتاب در جسم صلب را می‌نویسیم:

$$a_A = a_O + a_{\frac{A}{O}})_t + a_{\frac{A}{O}})_n$$

$$a_A = 0 \ , \ a_O = r\alpha_O\vec{i} \ , \ a_{\frac{A}{O}})_t = \vec{\alpha}_{OA} \times \vec{r}_{\frac{A}{O}} = -2r\alpha_{OA}\sin 30\,\vec{i} - 2r\alpha_{OA}\cos 30\,\vec{j}$$

$$a_{\frac{A}{O}})_n = +2r\omega_{OA}^2\cos 30\,\vec{i} - 2r\omega_{OA}^2\sin 30\,\vec{j}$$

$$r\alpha_O - 2r\alpha_{OA}\sin 30 + 2r\omega_{OA}^2\cos 30 = 0 \Rightarrow \alpha_O = 2(-\omega_{OA}^2\tan 30)\sin 30 - 2\omega_{OA}^2\cos 30$$

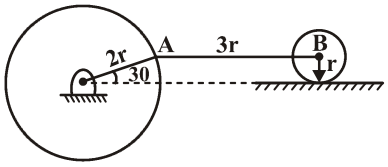
$$-2r\alpha_{OA}\cos 30 - 2r\omega_{OA}^2\sin 30 = 0 \Rightarrow \alpha_{OA} = -\omega_{OA}^2\tan 30$$

$$\alpha_O = -2\omega_{OA}^2(\tan 30\sin 30 + \cos 30) = -\frac{4\sqrt{3}}{3}\omega_{OA}^2$$

www.topsoal.ir

۴۶ ـ گزینه «۱»

با توجه به اینکه سرعت دیسک ω ثابت می‌باشد تغییر زاویه A برابر است با:



$$\Delta\theta = \omega t = \omega \times \frac{\pi}{۳\omega} = \frac{\pi}{۳}(\text{rad})$$

$$V_B = V_A + V_{\frac{B}{A}}$$

$$V_B = r\omega_B \vec{i}$$

$$V_A = ۲r\omega_A(\sin ۳۰\,\vec{i} - \cos ۳۰\,\vec{j})$$

$$\vec{r}_{\frac{B}{A}} = ۳r\vec{i}$$

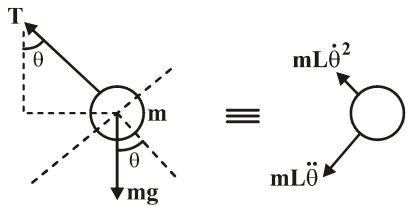
$$\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{\frac{B}{A}} = \omega_{AB}\vec{k} \times ۳r\vec{i} = ۳r\omega_{AB}\vec{j}$$

$$r\omega_B\vec{i} = ۲r\omega_A \sin ۳۰\,\vec{i} - ۲r\omega_A \cos ۳۰\,\vec{j} + ۳r\omega_{AB}\vec{j}$$

$$\cancel{r}\omega_B = \cancel{۲}\cancel{r}\omega_A \times \frac{۱}{\cancel{۲}} \Rightarrow \omega_B = \omega_A = \omega$$

۴۷ـ گزینه «۲»

ترسیمه آزاد را برای جرم m رسم می‌کنیم:



$$\sum F_t = ma_t \quad , \quad F_t = mg\sin\theta$$

$$a_t = L\ddot{\theta} - a_\circ \sin\theta$$

$$L\ddot{\theta} = g\sin\theta + a_\circ \sin\theta$$

$$\ddot{\theta}d\theta = \dot{\theta}d\dot{\theta}$$

$$\int_\circ^{\dot{\theta}} \dot{\theta}d\dot{\theta} = \frac{۱}{L}\int_{\theta_\circ}^{\circ} (g\sin\theta + a_\circ \sin\theta)d\theta$$

$$\frac{\dot{\theta}^۲}{۲} = \frac{۱}{L}[g(۱-\cos\theta_\circ) + (۱-\cos\theta_\circ)]$$

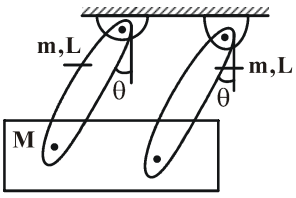
$$F_n = ma_n \Rightarrow T_\circ - mg\cos\theta = m[L\dot{\theta}^۲ + a_\circ \cos\theta]$$

$$\text{if } \theta = \circ \Rightarrow T_\circ = m[L\dot{\theta}^۲ + a_\circ + mg] \Rightarrow T_\circ = m(g + a_\circ)[۳ - ۲\cos\theta_\circ] \xrightarrow{\theta_\circ = \frac{\pi}{۲}} T_\circ = ۳m(g + a_\circ)$$

www.topsoal.ir

۴۸- گزینه «۱»

تعادل مجموعه در لحظه‌ای که زاویه میله‌ها، با راستای عمود صفر است را درنظر می‌گیریم حال اگر نوسانات کوچک θ را بـرای مجموعـه درنظـر بگیریم، در میله به جرم m حرکت دورانی و بلوک به جرم M حرکت انتقالی انجام می‌دهند. لذا داریم:



انرژی جنبشی $T=\frac{1}{2}M(l\dot{\theta})^2+\frac{1}{2}\times 2\times(\frac{1}{3}ml^2)\dot{\theta}^2=\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{3}ml^2\dot{\theta}^2$

انرژی پتانسیل $V=(2m)g\frac{l}{2}(1-\cos\theta)+Mgl(1-\cos\theta)\Rightarrow\frac{d}{dt}(T+v)=0$

$$\Rightarrow Ml^2\ddot{\theta}\dot{\theta}+\frac{2}{3}ml^2\ddot{\theta}\dot{\theta}+mgl(\sin\theta)\dot{\theta}+Mgl(\sin\theta)\dot{\theta}=0$$

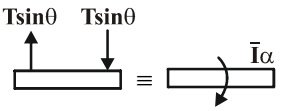
با توجه به کوچک بودن نوسانات $\Rightarrow \sin\theta \square \theta \Rightarrow (M+\frac{2}{3}m)l^2\ddot{\theta}+(m+M)gl\theta=0\Rightarrow \omega_n=\sqrt{\frac{g}{l}(\frac{m+M}{M+\frac{2}{3}m})}$

۴۹- گزینه «۲»

حل این تست را از طریق روش نیوتن انجام می‌دهیم، یعنی ابتدا با استفاده از روش نیوتن معادلات حرکت را پیدا می‌کنیم و سپس فرکانس طبیعی را می‌یابیم. فرض می‌کنیم که میله به طول $2b$ حول محور $o-o$ چرخش افقی کوچک به اندازه γ انجام می‌دهد. در اثر این چرخش کابل‌ها نیز کشیده می‌شوند و نیروی کشش T در کابل‌ها به وجود می‌آید. از طرفی زاویه کابل‌ها نیز با محور عمود بر میله دیگـر صـفر نیسـت و دارای زاویـه کوچک θ می‌باشد (برای درک این مطلب به دید سه بعدی نیاز است) که اگر این زاویه را درنظر بگیریم و با تصور دید سه بعدی از مسـاله بعـد از دوران کوچک γ نیروها در کابل‌ها به شکل زیر خواهند بود:

www.topsoal.ir

که از دو نیروی تصویر شده در بالا نیروی $T\cos\theta$ به دلیل موازی بودن با محور $o-o$ حول این محور گشتاور ایجاد نمی‌کند و فقط نیروی $T\sin\theta$ گشتاور ایجاد می‌کند لذا با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$\sum M_\circ = \bar{I}\alpha \Rightarrow$ 

$$-2T\sin\theta a = (\frac{1}{12}m(2b)^2)\ddot{\gamma} \quad (*) \quad \text{و} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow 2T\cos\theta = mg \Rightarrow 2T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

با جای‌گذاری در رابطه $(*)$ $\Rightarrow \frac{-mg\sin\theta}{\cos\theta}a = \frac{1}{3}mb^2\ddot{\gamma} \Rightarrow$ به دلیل کوچکی θ $\Rightarrow \tan\theta \square \theta \Rightarrow b\ddot{\gamma} + 3ga\theta = 0 \quad (**)$

حال باید رابطه بین γ و θ را بیابیم. با دوران افقی میله به اندازه γ در نقطه a میله به اندازه γa دوران می‌کند ضمن این‌که از طرفی به اندازه $l\theta$ دوران می‌کند لذا داریم:

$$l\theta = a\gamma \Rightarrow \theta = \frac{a}{l}\gamma$$

با جایگذاری در رابطه $(**)$ داریم:

$$b^2\ddot{\gamma} + \frac{3ga^2}{l}\gamma = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{3g}{l}\cdot\frac{a^2}{b^2}}$$

۵۰- گزینه «۳»

برای بدست آوردن فرکانس طبیعی میرا با توجه به فرمول زیر داریم:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{K_{eff}}{m_{eff}} - (\frac{C_{eff}}{2m_{eff}})^2}$$

بنابراین ابتدا باید جرم و فنر و دمپر موثر (معادل) را بدست آوریم لذا از رابطه انرژی داریم:

نکته: زمانی که دمپر در سیستم وجود داشته باشد رابطه انرژی به صورت مقابل می‌باشد:

$$\frac{d}{dt}(T+v) + C_{eff}\dot{q}^2 = 0 \quad (*)$$

$$T = \frac{1}{2}m(a\dot{\theta})^2 = \frac{1}{2}ma^2\dot{\theta}^2 \quad \text{و} \quad v = \frac{1}{2}(\frac{K}{2})(b\theta)^2 = \frac{1}{4}kb^2\theta^2$$

$$C_{eff}\dot{q}^2 = Ca^2\dot{\theta}^2 + Cb^2\dot{\theta}^2 = C(a^2+b^2)\dot{\theta}^2$$

با جایگذاری در رابطه $(*)$ داریم: $ma^2\ddot{\theta}\dot{\theta} + \frac{1}{2}Kb^2\theta\dot{\theta} + C(a^2+b^2)\dot{\theta}^2 = 0 \Rightarrow ma^2\ddot{\theta} + C(a^2+b^2)\dot{\theta} + \frac{1}{2}Kb^2\theta = 0$

$$m_{eff} = ma^2 \ , \ K_{eff} = \frac{1}{2}Kb^2 \quad C_{eff} = a^2+b^2 \quad \Rightarrow \omega_d = \sqrt{\frac{K}{2m}(\frac{b}{a})^2 - (\frac{C}{2m})^2(\frac{a^2+b^2}{a^2})}$$

www.topsoal.ir

۵۱ ـ گزینه «۳»

در سیستم فوق ابتدا جرم M به یک فنر متصل است، درنتیجه چه در حرکت به سمت چپ و چه در حرکت به سمت راست باید نمودار نیرو ـ تغییر مکان دارای شیب k باشد بنابراین گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شوند.

از طرفی زمانی که سیستم به سمت راست حرکت می‌کند به یک فنر دیگر می‌رسد که با فنر اول موازی است بنابراین فنریت کل افزایش می‌یابد و در نتیجه شیب منحنی نیز باید افزایش پیدا کند.

از طرف دیگر زمانی که سیستم به سمت چپ حرکت می‌کند نیز به یک فنر دیگر برخورد می‌کند که با فنر اول موازی است و این باعث افزایش فنریت کل می‌شود و درنتیجه بازهم باید شیب منحنی افزایش پیدا کند.

۵۲ ـ گزینه «۱»

با رابطه محاسبه درجه آزادی $DOF = ۳(n-۱) - ۲f_۱ - f_۲$

درجه آزادی مکانیزم مشخص می‌شود.

تعداد عضوهای مکانیزم ۸ تا است ← $n = ۸$

تعداد قیدهای $f_۱$ مکانیزم $f_۱ = ۹$

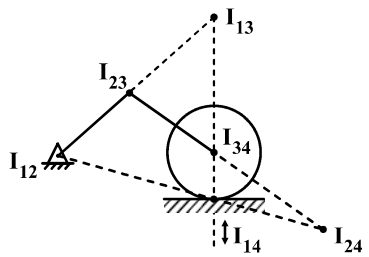
تعداد قیدهای $f_۲$ مکانیزم $f_۲ = ۱$

$$DOF = ۳(۸-۱) - ۲\times۹ - ۱ = ۲۱ - ۱۸ - ۱ = ۲$$

پس درجات آزادی ۲ است.

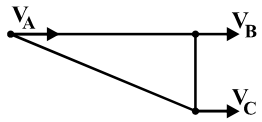
www.topsoal.ir

۵۳ـ گزینه «۴»



مرکز آنی دوران $I_{۱۳}$ از محل برخورد و امتداد مراکز دوران $I_{۱۲}$ و $I_{۲۳}$ ـــ $I_{۱۴}$ و $I_{۳۴}$ بدست می‌آید که همان‌طور که ملاحظه مـی‌شـود نقطـه A است.

۵۴ـ گزینه «۳»

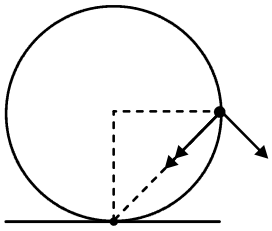


با توجه به وضعیت فعلی مکانیزم سرعت تمام نقاط A، B و C یکی اسـت در نتیجه با مشخص بودن سرعت در نقطه A یعنی V، سرعت نقـاط B و C نیز V خواهد بود.

۵۵ـ گزینه «۳»

اندازه بردار شتاب نسبی $= R\sqrt{\omega^{۴}+\alpha^{۲}} = ۱۲\sqrt{(\sqrt{۵})^{۴}+۵^{۲}} = ۱۲\sqrt{۵۰} = ۱۲\sqrt{۲۵\times ۲} = ۶۰\sqrt{۲}$

و با توجه به شکل روبرو، جهت بردار شتاب نسبی به شکل III نزدیک‌تر است.



www.topsoal.ir

۵۶ـ گزینه «۴»

برای خطای حالت ماندگار می‌دانیم که:

$$\text{خطای حالت ماندگار} \Rightarrow e_{ss} = \lim_{s\to 0} SE(S) = \lim_{s\to 0} \frac{SR(S)}{1+GH}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{S\times\frac{1}{S^2}}{1+\frac{K}{S(S+1)(S+2)}} = \lim_{s\to 0} \frac{(S+1)(S+2)}{S(S+1)(S+2)+K} = \frac{2}{K}$$

حال باید پایداری سیستم فوق را بررسی کنیم زیرا زمانی، خطای حالت ماندگار برای سیستم تعریف می‌شود که سیستم پایدار باشد و برای حالت نوسانی و یا ناپایدار خطای حالت ماندگار نداریم:

$$\frac{2}{K} = \frac{1}{4} \Rightarrow K = 8$$

$$\text{تابع تبدیل حلقه بسته} \Rightarrow 1+GH = 0 \Rightarrow S^3 + 3S^2 + 2S + K = 0$$

معیار روث:

S^3	1	2
S^2	3	K
S^1	$\frac{6-K}{3}$	0
S^0	K	

$$\Rightarrow 0 < K < 6$$

می‌بینیم که K بدست آمده در این محدوده قرار ندارد یعنی به ازای $K = 8$ سیستم ناپایدار است و خطای حالت ماندگار نداریم.

۵۷ـ گزینه «۲»

ابتدا معادله مشخصه را پیدا می‌کنیم:

$$\text{معادله مشخصه}: 1+\frac{48}{S(S+K)(S+4)} = 0 \Rightarrow S(S+K)(S+4)+48 = 0$$

$$S^3 + (K+4)S^2 + 4KS + 48 = 0$$

S^3	1	$+4K$
S^2	$K+4$	$+48$
S^1	$\frac{16K+4K^2-48}{K+4}$	0
S^0	$+48$	

$$\Rightarrow 0 < K < 6 \Rightarrow K > -4 \Rightarrow 16K + 4K^2 - 48 > 0$$

$$\Rightarrow (K^2 + 4K - 12) > 0 \Rightarrow (K+6)(K-2) > 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} & & -6 & & 2 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} K < -6 \\ K > 2 \end{array} \Rightarrow K < -6 \ , \ K > 2$$

اشتراک K بالا و پایین:

www.topsoal.ir

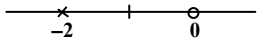
۵۸ ـ گزینه «۴»

برای پیدا کردن مکان هندسی ریشه‌ها باید ابتدا تابع تبدیل حلقه باز را پیدا کنیم. از طرفی باید توجه نمود که مکان هندسی ریشه‌ها بر حسب تغییرات α خواسته شده است لذا ابتدا باید تابع تبدیل حلقه باز جدید را برحسب تغییرات α مرتب کنیم. معادله مشخصه:

$$1+GH=0 \Rightarrow S^2+SK+4S+4=0 \Rightarrow 1+\frac{KS}{S^2+4S+4}=0$$

$$GH=\frac{KS}{S^2+4S+4} \Rightarrow \begin{cases} S=0 & \text{صفر} \\ S=-2 & \text{قطب مضاعف} \end{cases}$$

پیدا کردن مکان هندسی روی محور حقیقی با استفاده از شرط فاز



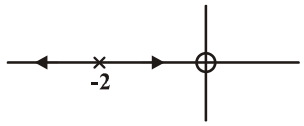
چون ۲− ریشه مضاعف است سمت چپ آن نیز جزء مکان هندسی ریشه‌هاست.

محل تلاقی مجانب با محور حقیقی و زاویه مجانب :

$$\sigma=\frac{-2-2-0}{2-1}=-4 \quad \text{و زاویه مجانب} \quad =\frac{\pm(2h+1)180}{2-1}=\pm(2h+1)180$$

مسیر همواره از قطب به سمت صفر یا از قطب به سمت مجانب است.

بنابراین شکل مکان هندسی به صورت زیر است.



۵۹ ـ گزینه «۲»

معادله مشخصه سیستم فوق عبارتست از:

$$1+GH=0 \Rightarrow 1-\frac{K_1(K_2S-2)}{(S+1)(S+2)(S+3)}=0 \Rightarrow (S+1)(S+2)(S+3)-K_1(K_2S-2)=0$$

$$\Rightarrow S^3+6S^2+11S+6-K_1K_2S+2K_1=0$$

$$S^3+6S^2+S(11-K_1K_2)+6+2K_1=0 \Rightarrow$$ با استفاده از معیار پایدار راث داریم

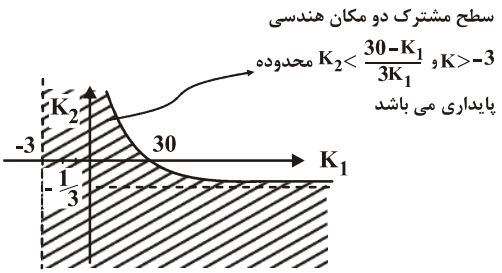
www.topsoal.ir

S^3	1	$11-K_1K_2$
S^2	6	$6+2K_1$
S^1	$\frac{1}{6}(66-6k_1k_2-6-2k_1)$	
S^0	$6+2k_1$	

$$(1)\quad 60-6K_1K_2-2K_1>0 \Rightarrow 30-K_1>3K_1K_2 \Rightarrow K_2<\frac{30-K_1}{3K_1}$$

$$(2)\quad 6+2K_1>0 \Rightarrow K_1>-3$$

اگر نمودار $K_2=\frac{30-K_1}{3K_1}$ و $K_1=-3$ را بکشیم:



۶۰ـ گزینه «۳»

برای بررسی پایداری ابتدا باید معادله مشخصه سیستم را پیدا کنیم:

معادله مشخصه : $1+GH=0 \Rightarrow 1+\frac{K(aS+1)}{S^2(bS+2)}=0 \Rightarrow bs^3+2s^2+aKS+K=0 \rightarrow$ بررسی پایداری از طریق معیار راوث

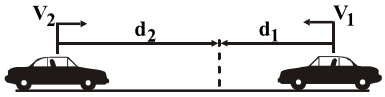
S^3	b	aK
S^2	2	K
S^1	$\frac{K}{2}(b-2a)$	0
S^0	K	

$$\Rightarrow K(b-2a)>0\ ,\ K>0 \Rightarrow b-2a>0 \Rightarrow b>2a$$

www.topsoal.ir

۶۱ـ گزینه «۱»

$$\left.\begin{array}{l} 0-V_1^2=-2ad_1 \Rightarrow d_1=\dfrac{V_1^2}{2a} \\ 0-V_2^2=-2ad_2 \Rightarrow d_2=\dfrac{V_2^2}{2a} \end{array}\right\} \Rightarrow d=d_1+d_2=\frac{V_1^2}{2a}+\frac{V_2^2}{2a}=\frac{V_1^2+V_2^2}{2a}$$



راه حل اشتباه:

$$0-(V_1+V_2)^2=-2(2a)d \qquad \Leftarrow \begin{cases} V_1+V_2= & \text{سرعت نسبی} \\ 2a= & \text{شتاب نسبی} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d=\frac{(V_1+V_2)^2}{4a}$$

www.topsoal.ir

۶۲ـ گزینه «۳»

بیشترین برد برای پرتابه با سرعت اولیه $V_\circ$ در زاویه $\theta = ۴۵^\circ$ رخ می‌دهد معادله پرتابه در این وضعیت برابر است با:

$$y = -\frac{gx^۲}{۲V_\circ^۲\cos^۲\theta} + x\tan\theta = -\frac{gx^۲}{V_\circ^۲} + x$$

$$h = -\frac{gx^۲}{V_\circ^۲} + x \Rightarrow x^۲ - \frac{V_\circ^۲}{g}x + \frac{V_\circ^۲ h}{g} = \circ \Rightarrow \text{حل یک معادله درجهٔ دو با مجهول } x \Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} x_۱ &= \frac{۱}{۲}\left(\frac{V_\circ^۲}{g} - \sqrt{\frac{V_\circ^۴}{g^۲} - ۴\frac{V_\circ^۲ h}{g}}\right) \\ x_۲ &= \frac{۱}{۲}\left(\frac{V_\circ^۲}{g} + \sqrt{\frac{V_\circ^۴}{g^۲} - ۴\frac{V_\circ^۲ h}{g}}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow d = x_۲ - x_۱ = \frac{V_\circ}{g}\sqrt{V_\circ^۲ - ۴gh}$$

۶۳ـ گزینه «۱»

روش اول:

نکته: نسبت‌های مثلثاتی روبرو را به خاطر بسپارید:

$$[۵-۱۲-۱۳],[۳-۴-۵]$$
$$\Rightarrow OA = ۱۲\circ\,mm \quad , \quad OC = ۹\circ\,mm$$

نکته: در یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائمه متغیر خواهیم داشت:

$$x^۲ + y^۲ = L^۲ \Rightarrow ۲x\dot{x} + ۲y\dot{y} = ۲L\dot{L}$$

چون طول AB و AC ثابت است لذا خواهیم داشت: $(\dot{L} = \circ)$

$$x\dot{x} + y\dot{y} = \circ$$

$$\begin{cases} \overline{OB}\times\frac{d}{dt}(\overline{OB}) + \overline{OA}\times\frac{d}{dt}(\overline{OA}) = \circ \\ \overline{OC}\times\frac{d}{dt}(\overline{OC}) + \overline{OA}\times\frac{d}{dt}(\overline{OA}) = \circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۵\circ\times\frac{d}{dt}(\overline{OB}) + ۱۲\circ\times V_A = \circ \Rightarrow \frac{d}{dt}(\overline{OB}) = -\frac{۱۲\circ}{۵\circ}V_A \quad (۱) \\ ۹\circ\times\frac{d}{dt}(\overline{OC}) + ۱۲\circ\times V_A = \circ \Rightarrow \frac{d}{dt}(\overline{OC}) = -\frac{۱۲\circ}{۹\circ}V_A \quad (۲) \end{cases}$$

$$\frac{d}{dt}(\overline{OB}) + \frac{d}{dt}(\overline{OC}) = \frac{d}{dt}(\overline{OB} + \overline{OC}) = \frac{d}{dt}(S) = ۲\circ\circ\circ\frac{mm}{s} \overset{(۳)}{\Rightarrow} (۱),(۲),(۳) \Rightarrow V_A = \frac{۱۵}{۲۸}\frac{m}{s}$$

لازم است دو معادله (۱),(۲) را با هم جمع کرده و از اطلاعات رابطه (۳) استفاده کنید.

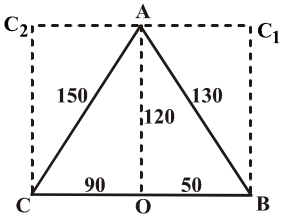
www.topsoal.ir

روش دوم:

نقطه C_1 مرکز آنی دوران عضو AB و نقطه C_2 مرکز آنی دوران عضو AC می‌باشد.

سرعت نقطه A در هر دو عضو AC, AB برابر است لذا:

$$\overline{AC_2}\cdot\omega_2=\overline{AC_1}\cdot\omega_1 \Rightarrow \omega_1=\frac{9}{5}\omega_2 \qquad (1)$$



همچنین مجموع سرعت نقطه B و نقطهٔ C برابر است با $\dot{S}=2\frac{m}{s}$

$$\Rightarrow \overline{BC_1}\cdot\omega_1+\overline{CC_2}.\omega_2=\dot{S} \Rightarrow \omega_1+\omega_2=\frac{50}{3} \qquad (2)$$

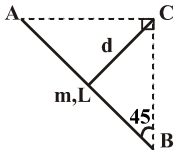
$$(1),(2) \Rightarrow \omega_2=\frac{125}{21}\frac{rad}{s},\omega_1=\frac{75}{7}\frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow V_A=\frac{9}{100}\omega_2=\frac{5}{100}\omega_1=\frac{15}{28}\frac{m}{s}$$

۶۴ـ گزینه «۴»

نقطهٔ C مرکز آنی دوران میله AB است، لذا می‌توان نوشت:

$$\sum M_c=I_c\ddot{\theta}$$



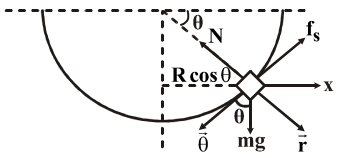
$$I_c=I_G+m\bar{d}^2=\frac{1}{12}mL^2+m(\frac{L}{2})^2=\frac{mL^2}{3}$$

$$\Rightarrow mg\frac{L}{2}\cos 45^\circ=I_c\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{3\sqrt{2}g}{4L}$$

* در محاسبهٔ اینرسی خارج از مرکز جرم میله دقت شود که $\bar{d}=\frac{L}{2}$ (قضیه محورهای موازی)

www.topsoal.ir

۶۵ـ گزینه «۴»



$$a_x = -R\omega^2\cos\theta \Rightarrow a_r = -R\omega^2\cos^2\theta, a_\theta = -a_x\sin\theta = R\omega^2\cos\theta\sin\theta$$

$$\sum F_r = ma_r \Rightarrow -N + mg\sin\theta = -mR\omega^2\cos^2\theta$$

$$\Rightarrow N = mg\sin\theta + mR\omega^2\cos^2\theta$$

$$f_s = \mu N = \mu(mg\sin\theta + mR\omega^2\cos^2\theta) \qquad (1)$$

$$\sum F_\theta = ma_\theta \Rightarrow mg\cos\theta - f_s = mR\omega^2\cos\theta\sin\theta$$

$$\Rightarrow f_s = -mR\omega^2\cos\theta + mg\cos\theta \qquad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow mg\mu\sin\theta + mR\mu\omega^2\cos^2\theta = mg\cos\theta - mR\cos\theta\sin\theta\omega^2$$

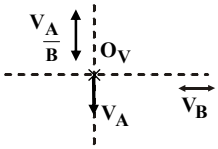
$$\omega = \sqrt{\frac{\cos\theta - \mu\sin\theta}{\mu\cos^2\theta + \cos\theta\sin\theta}\cdot\frac{g}{R}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1-\mu\tan\theta}{\mu\cos\theta + \sin\theta}\cdot\frac{g}{R}}$$

۶۶ـ گزینه «۲»

ابتدا سیستم را از لحاظ سرعت تحلیل می‌کنیم:

$$\overset{\checkmark\checkmark}{V_A} = \overset{-\checkmark}{V_B} + \overset{-\checkmark}{V_{\frac{A}{B}}}$$

سرعت V_B در راستای افقی است و سرعت $\vec{V}_{\frac{A}{B}}$ در راستای عمودی است چرا که باید عمود بر راستای AB باشد، لذا با توجه به دیاگرام سرعت باید گفت:

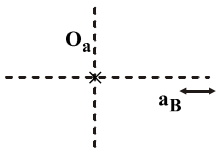


$$\omega_{OB} = 0 \quad , \quad \omega_{AB} = \frac{V_A}{L} \Leftarrow \quad \vec{V}_{\frac{A}{B}} = \vec{V}_A \quad , \quad \vec{V}_B = 0$$

حال باید سیستم را از لحاظ شتاب تحلیل کنیم:

$$\overset{\checkmark\checkmark}{a_A} = \overset{-\checkmark}{a_B} + \overset{-\checkmark}{a_{\frac{A}{B}}}$$

شتاب نقطه A صفر می‌باشد. (سرعت ثابت دارد.)



$$\vec{a}_B = \cancel{OB}\cdot(\omega_{OB})^2 \updownarrow + OB\cdot\alpha_{OB} \leftrightarrow = r\cdot\alpha_{OB} \leftrightarrow$$

$$\vec{a}_{\frac{A}{B}} = AB\cdot(\omega_{AB})^2 \leftrightarrow + AB\cdot\alpha_{AB} \updownarrow$$

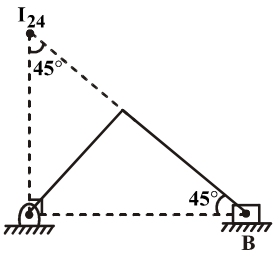
دوباره با توجه به دیاگرام شتاب و تساوی شتاب در راستای x, y خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x: \quad r\alpha_{OB} = AB\cdot(\omega_{AB})^2 \Rightarrow \alpha_{OB} = \dfrac{L\omega_{AB}^2}{r} = \dfrac{\vec{V}_A^2}{rL} \\ y: AB\cdot\alpha_{AB} = 0 \Rightarrow \alpha_{AB} = 0 \end{cases}$$

www.topsoal.ir

۶۷ـ گزینه «۳»

مرکز آنی دوران $I_{۲۴}$ در شکل مشخص شده است.



$$I_{۲۴}\hat{O}_۲B = ۹۰^\circ \Rightarrow O_۲\hat{I}_{۲۴}B = ۴۵^\circ \Rightarrow \overline{O_۲I_{۲۴}} = \overline{O_۲B} = ۰/۴m$$

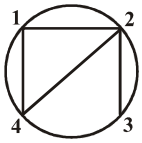
$$\vec{V}_B = \vec{V}_{I_{۲۴}} = \overline{O_۲I_{۲۴}} \times \omega_۲ = ۰/۴ \times ۵ = ۲\frac{m}{s}$$

دقت شود که لغزنده ۴ حرکت انتقالی دارد و سرعتش برابر است با: $\vec{V}_۴ = \vec{V}_{I_{۲۴}}$

* دقت شود که مثلث $O_۲\overset{\Delta}{B}I_{۲۴}$ یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی الساقین است، چرا که $I_{۲۴}$ در راستای قائم نقطه $o_۲$ می‌باشد.

۶۸ـ گزینه «۴»

طبق قضیه کندی: $I_{۳۴}$ باید در امتداد $I_{۲۴}, I_{۳۲}$ باشد.



* $I_{۲۴}$: چون عضو۴ روی عضو۲ می‌لغزد و این لغزش، مستقیم‌الخط است. پس مرکز آنی $I_{۲۴}$ روی خط قائم بر عضو۴ و در بی‌نهایت است (عمود بر BG در راستای C)

* $I_{۳۲}$: همان نقطه A می‌باشد، چرا که نقطه A متعلق به هر دو عضو۲ و۳ است و فقط این نقطه A می‌باشد که متعلق به هر دو جسم است و سرعت یکسان برای هر دو عضو دارد.

۶۹ـ گزینه «۲»

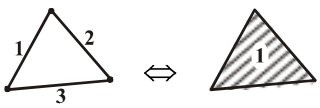
$$DOF = ۳(n-۱) - ۲f_۱ - f_۲ = ۳ \times (۸-۱) - ۲ \times ۱۰ = ۱$$

$n = ۸$

$f_۱ = ۱۰$

$f_۲ = ۰$

نکته: یک مکانیزم مثلثی تشکیل شده از سه لینک را می‌توان در کل یک عضو صلب در نظر گرفت.



* دقت شود که میلهٔ قائم در سمت چپ شکل را می‌توان با زمین یکسان دانست.

www.topsoal.ir

۷۰ـ گزینه «۴»

$$DOF = ۳(n-۱) - ۲f_۱ - f_۲ = ۳\times(۱۰-۱) - ۲\times۱۲ - ۰ = ۳$$

$n = ۱۰$

$f_۱ = ۱۲$

$f_۲ = ۰$

* به یاد داشته باشید برای تعیین درجه آزادی مکانیزم، می‌توان حرکت سیستم را با یک ورودی تصور کرد.

۷۱ـ گزینه «۱»

$\omega = ۲\pi f$ (f : فرکانس)

$$\left.\begin{array}{l} x = A\sin\omega t \\ v = A\omega\cos\omega t \\ a = -A\omega^۲\sin\omega t \end{array}\right\} \Rightarrow a_a = -\omega^۲ x \Rightarrow A = \left|\frac{a_{max}}{-۴\pi^۲ f^۲}\right| = \left|\frac{۵۰\times۹/۸۱}{-۴\pi^۲\times۸۲^۲}\right| = ۰/۰۰۱۸۴۹$$

$$V_{max} = A\omega \Rightarrow V_{max} = A(۲\pi f) = ۰/۹۵۲$$

نکته ۱: با توجه به این‌که گزینه‌ها در هر دو عدد مورد نظر با هم تفاوت دارند، دانشجو می‌تواند با بدست آوردن یکی از اعداد جواب صحیح را انتخاب نماید.

نکته ۲: دانشجو باید دقت داشته باشد که گزینه‌ها در دقم قبل از اعشار و یا حداکثر یک رقم بعد از اعشار با هم تفاوت دارند پس نیاز نیست که عملیات ریاضی را کامل انجام دهد و جواب تا یک رقم اعشار کفایت می‌کند.

۷۲ ـ گزینه «۲»

معادلات دینامیکی دو جسم را می‌نویسیم: (T کشش طناب است)

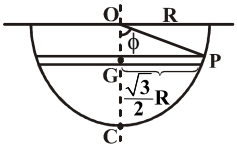
$$\begin{cases} m\ddot{x} = -kx + ۲T \\ m\ddot{y} = -T \\ ۲\ddot{x} = \ddot{y} \end{cases} \Rightarrow m\ddot{x} = -kx + ۲(-m(۲\ddot{x})) \Rightarrow ۵m\ddot{x} + kx = ۰ \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k}{۵m}}$$

* دقت شود که نیروی وزن جرم m آویزان با نیروهای فنر خنثی می‌شود و نیروی وزن در دیاگرام آزاد جسم در نظر گرفته نمی‌شود.

* مهم‌ترین قسمت حل یک مسئله ارتعاشاتی نوشتن معادلات دینامیکی سیستم به طور دقیق است.

۷۳ ـ گزینه «۳»

با توجه به هندسهٔ مسئله داریم:



$$\begin{cases} OP = R \\ GP = \frac{\sqrt{۳}}{۲}R \end{cases} \Rightarrow \sin\varnothing = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \varnothing = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow GC = R(۱-\cos\varnothing) = \frac{R}{۲}$$

www.topsoal.ir

چون نقطهٔ C مرکز آنی دوران است لذا می‌توان نوشت:

$$\text{انرژی جنبشی} = T = \frac{1}{2} I_c \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}[\frac{1}{12} m(\sqrt{3}R)^2 + m(\frac{R}{2})^2]\dot{\theta}^2 = \frac{mR^2}{4}\dot{\theta}^2$$

$$\text{انرژی پتانسیل} = V = mg\frac{R}{2}(1-\cos\theta) \simeq mg\frac{R}{2}(1-(1-\frac{\theta^2}{2})) = mg\frac{R}{4}\theta^2$$

$$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{V_{max}}{T_{max}}} = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

* برای یافتن فرکانس طبیعی سیستم یک درجه آزادی، ۴ روش وجود دارد: ۱ـ قانون دوم نیوتن ۲ـ معادله اولر ۳ـ روش انرژی ۴ـ روش رویلی

۷۴ـ گزینه «۲»

نکته: ماکزیمم مقدار دامنه نوسانات خروج از مرکز در فرکانس $\omega = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-2\xi^2}} > 1$ رخ می‌دهد و مقدار آن برابر است با:

$$\frac{MX_{max}}{me} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$ هم‌چنین در فرکانس تشدید $\omega = \omega_n$ مقدار دامنه برابر است با $\frac{MX}{me} = \frac{1}{2\xi}$

$$\Rightarrow \frac{MX_{res}}{me} = \frac{1}{2\xi} \quad \Rightarrow X_{res} = 1mm \Rightarrow \frac{me}{M} = 1$$

$$X_{max} = \frac{me}{M}\cdot\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = \sqrt{\frac{4}{3}}mm$$

* حتماً نمودارهای ارتعاشات اجباری را به خاطر بسپارید.

۷۵ـ گزینه «۳»

از روش اویلر معادلات دینامیکی سیستم را می‌نویسیم:

$$\sum M_o = I_o\ddot{\theta} \Rightarrow (-C\frac{L}{2}\dot{\theta})\frac{L}{2} + (-k(\frac{L}{2}\theta - y))\frac{L}{2} = \frac{mL^2}{12}\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{mL^2}{12}\ddot{\theta} + C\frac{L^2}{4}\dot{\theta} + k\frac{L^2}{4}\theta = +k\frac{L}{2}Y\sin\omega t \Rightarrow \frac{mL}{12}\ddot{\theta} + \frac{CL}{4}\dot{\theta} + \frac{kL}{4}\theta = \frac{k}{2}Y\sin\omega t$$

$$\Rightarrow \Theta = \frac{\frac{k}{2}Y}{\sqrt{(k\frac{L}{4} - \frac{m\omega^2 L}{12})^2 + (\frac{CL\omega}{4})^2}} = \frac{2kY}{L\sqrt{(k - \frac{m\omega^2}{3})^2 + (C\omega)^2}}$$

www.topsoal.ir

۷۶ـ گزینه «۳»

نکته: تعداد دفعات استفاده از معادله کمکی برابر است با تعداد جفت ریشه متقارن نسبت به مبدأ.

$$\begin{array}{c|ccccc} s^{۸} & ۱ & ۵ & ۹ & ۷ & ۲ \\ s^{۷} & ۳ & ۹ & ۹ & ۳ & ۰ \\ s^{۶} & ۲ & ۶ & ۶ & ۲ & \\ s^{۵} & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & \\ s^{۴} & & & & & \\ s^{۳} & & & & & \\ s^{۲} & & & & & \\ s^{۱} & & & & & \\ s^{۰} & & & & & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} s^{۶}+۳s^{۴}+۳s^{۲}+s^{۰}=۰ \\ \Rightarrow s^{۶}+۳s^{۴}+۳s^{۲}+۱=۰ \quad \text{(معادلهٔ کمکی)} \\ \Rightarrow (s^{۲}+۱)^{۳}=۰ \\ \Rightarrow s=\pm j\omega,\pm j\omega,\pm j\omega \end{array}$$

در نتیجه اگر جدول را کامل کنیم در کل باید سه مرتبه از معادله کمکی استفاده کرد.

در نتیجه باید سه مرتبهٔ از معادلهٔ کمکی استفاده کرد و نیازی به کامل کردن جدول راث نیست.

* اگر سطر $s^{۵}$ را از معادله کمکی به دست آوریم، برای کامل کردن جدول راث بعد از دو مرتبه دیگر، یک سطر از جدول کاملاً صفر می‌شود، پس سه جفت ریشه متقارن نسبت به مبدأ داریم.

۷۷ـ گزینه «۳»

نکته: برای رسم مکان هندسی، حتماًتابع تبدیل حلقه باز باید بررسی شود و شکل معادله آن باید به فرم معمول $۱+kG(s)H(s)=۰$ باشد که در آن k می‌تواند بین $۰<k<\infty$ یا $-\infty<k<۰$ تغییر کند که در این سؤال مقدار a می‌تواند تغییر کند. لذا ابتدا معادله را به فرم معمول می‌نویسیم: $(k\approx a)$

$$۱+aG(s)H(s)=۰ \Rightarrow ۱+\frac{۴(s^{۲}+۳)}{۲s(s+a)}=۰ \Rightarrow \text{معادله مشخصه}: ۲s(s+a)+۴(s^{۲}+۳)=۰$$

$$\Rightarrow ۶s^{۲}+۲as+۱۲=۰ \Rightarrow ۱+aG(s)H(s)=۱+\frac{۲as}{۶s^{۲}+۱۲}=۰$$

$$\text{تابع تبدیل حلقه باز}=\frac{s}{۳s^{۲}+۶} \Rightarrow \begin{cases} \text{قطب‌ها} = \pm\sqrt{۲}j \\ \text{صفرها} = \text{صفر} \end{cases}$$

$$\frac{dk}{ds}=۰ \Rightarrow \text{نقطه شکست} \quad \Rightarrow s=\pm\sqrt{۲}$$

تنها گزینه (۳) مشخصات بالا را دارد.

www.topsoal.ir

۷۸- گزینه «۲»

به ازای همه مقادیر k خطای ماندگار صفر می‌باشد:

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{sR(s)}{1+G(s)}=\lim_{s\to 0}\frac{s(ks+1)}{1+s(s+2)(s+3)}=0$$

اما حتماً باید پایداری سیستم نیز بررسی شود:

$$\text{تابع تبدیل حلقه بسته}=\frac{\frac{ks+1}{s(s+2)(s+3)}}{1+\frac{ks+1}{s(s+2)(s+3)}}=\frac{ks+1}{s(s+2)(s+3)+ks+1}$$

$$\text{معادله مشخصه}=s(s+2)(s+3)+ks+1=s^3+5s^2+(6+k)s+1$$

حال جدول راث ـ هروتیس را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 6+k \\ s^2 & 5 & 1 \\ s^1 & \frac{5(6+k)-1}{5} & 0 \\ s^0 & 1 & \end{array} \quad \Rightarrow \frac{5(6+k)-1}{5}>0 \Rightarrow k>-\frac{29}{5}$$

۷۹- گزینه «۴»

$$G(s)=\frac{2}{s+2} \Rightarrow \text{تابع تبدیل مرتبه اول} \quad \Rightarrow G(s)=\frac{A}{\tau_1 s+1}=\frac{1}{\frac{s}{2}+1} \Rightarrow \tau_1=\frac{1}{2}$$

τ ثابت زمانی و A یک ضریب ثابت است. ($G(s)$ تابع تبدیل کلی سیستم است) $\tau_2=\frac{\tau_1}{10}=\frac{1}{10}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{20}$

$$\text{از روی نمودار بلوکی} \quad \Rightarrow G(s)=\frac{\frac{2k}{s+2}}{1+\frac{2k}{s+2}}=\frac{2k}{s+2+2k}=\frac{\frac{2k}{2+2k}}{\frac{s}{2+2k}+1}$$

برای این‌که سیستم سریع‌تر شود می‌بایست پاسخ زمانی آن کوچکتر شود.

$$\Rightarrow \frac{1}{2+2k}=\frac{1}{20} \Rightarrow k=9$$

در ضمن این سیستم پایدار است.

* فرم کلی تابع تبدیل یک سیستم مرتبه اول: $G(s)=\frac{A}{\tau s+1}$

τ : ثابت زمانی می‌باشد که هرچه کوچکتر باشد سیستم سریع‌تر است و پاسخ زمانی کوچکتری دارد.

www.topsoal.ir

۸۰ـ گزینه «۳»

$P_۱ = H_۱H_۲H_۳H_۴ \qquad \Delta_۱ = ۱ \qquad L_۱ = -H_۱$

$P_۲ = H_۱ \qquad \Delta_۲ = ۱ + H_۳ \qquad L_۲ = -H_۲$

$P_۳ = H_۳H_۴ \times (+۱) \qquad \Delta_۳ = ۱ + H_۱ \qquad L_۳ = -H_۳$

$P_۴ = (+۱) \times (-۱) \times (+۱) \qquad \Delta_۴ = +۱$

$\Delta = ۱ + H_۱ + H_۲ + H_۳ + H_۱H_۳$

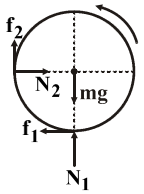
دقت شود که دو حلقهٔ $L_۳, L_۱$ با هم تلاقی ندارند.

$$\text{تابع تبدیل} = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\sum_i P_i \Delta_i}{\Delta}$$

www.topsoal.ir

۸۱ـ گزینه «۲»

نیروهایی که بر کره وارد می‌شوند در شکل مشخص شده‌اند:



$$\begin{cases} N_۲ - f_۱ = ۰ & \text{راستای افقی} \\ N_۱ + f_۲ = mg & \text{راستای عمودی} \end{cases}$$

برای نیروهای اصطکاک $\begin{cases} f_۱ = \mu N_۱ \\ f_۲ = \mu N_۲ \end{cases}$

$$\Rightarrow f_۱ = \mu(mg - f_۲) = \mu(mg - \mu N_۲) = \mu(mg - \mu f_۱) = \mu mg - \mu^۲ f_۱ \Rightarrow \mu mg = (۱+\mu^۲) f_۱$$

$$\Rightarrow f_۲ = \mu f_۱ = \frac{\mu^۲ mg}{۱+\mu^۲}$$

گشتاور حول مرکز چرخش تنها ناشی از نیروهای اصطکاک است.

$$\tau = (f_۱ + f_۲)R = I\alpha = (\frac{۲}{۵}mR^۲)\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{۵}{۲}(\frac{۱+\mu}{۱+\mu^۲})\frac{\mu g}{R} \Rightarrow \omega_۰ - \alpha t = ۰ \Rightarrow t = \frac{\omega_۰}{\alpha} = \frac{۲}{۵}(\frac{۱+\mu^۲}{۱+\mu})\frac{R\omega_۰}{\mu g}$$

* در کشیدن دیاگرام نیرویی دقت کنید، جهت نیروی اصطکاک در خلاف جهت گردش می‌باشد.

$$I = \frac{۲}{۵}mR^۲$$

۸۲ـ گزینه «۳»

$$I_G = \frac{۱}{۱۲}mL^۲ = \frac{۱}{۱۲}pL^۳$$

فاصله از محور چرخش را با x نشان می‌دهیم.

$$\left.\begin{array}{l} d\tau = xdf \\ df = \mu(dm)g \\ dm = pdx \end{array}\right\} \Rightarrow \tau = ۲\int_۰^{\frac{L}{۲}} x\mu pgdx = \frac{p\mu gL^۲}{۴}$$

دقت شود که ضریب۲ انتگرال به خاطر این است که نیروی اصطکاک به هردو نیمه میله وارد می‌شود.

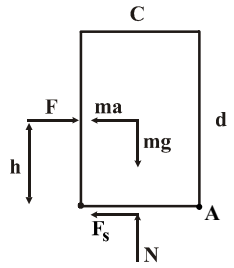
$$\Rightarrow \tau = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۳\mu g}{L}$$

$$\Rightarrow \omega_۰ - \alpha t = ۰ \Rightarrow t = \frac{\omega_۰}{\alpha} = \frac{\omega_۰ L}{۳\mu g}$$

www.topsoal.ir

۸۳- گزینه «۱»

باید دیاگرام نیرویی جعبه را رسم کرد و معادلات تعادل دینامیکی را نوشت: دقت کنید که نیروی اصطکاکی را فراموش نکنید و در آستانهٔ واژگون شدن باید حول نقطهٔ A تعادل گشتاورهای وارد به جسم برقرار باشد.



$$\sum F_y = ma_y = 0 \Rightarrow mg = N \Rightarrow F_s = \mu N = \mu mg \qquad (1)$$

* هم‌چنین از اصل دالامبر نیز باید استفاده کرد (قرار دادن a_x در خلاف جهت)

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F - F_s - ma_x = 0 \Rightarrow a = \frac{F - \mu mg}{m} \qquad (2)$$

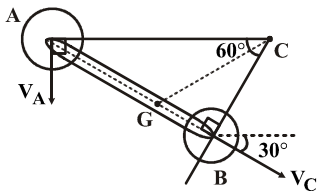
* در آستانه واژگون شدن $\alpha = 0$ و نیروی عکس‌العمل زمین به نقطه A منتقل می‌شود..

$$\sum M_A = I_A \cdot \alpha = 0 \Rightarrow Fh + mg\frac{c}{2} = ma\frac{d}{2} \Rightarrow h = \frac{ma\frac{d}{2} - mg\frac{c}{2}}{F}$$

$$\Rightarrow h = \frac{m(\frac{F - \mu mg}{m})d - mgc}{2F} = \frac{d}{2} - \frac{m\mu gd}{2F} - \frac{mgc}{2F}$$

۸۴- گزینه «۳»

نکته: از آن‌جا که سرعت هر نقطه از جسم صلب بر شعاع چرخش آن نقطه عمود است. برای مشخص کردن مرکز آنی دوران، پس از خارج کردن خط عمود بر راستای سرعت دو نقطه از جسم، راستای آن دو خط عمود را به هم وصل می‌کنیم تا مرکز آنی دوران مشخص شود با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$\begin{cases} AB = L \\ \frac{AB}{AC} = \sin 60 \Rightarrow AC = \frac{AB}{\sin 60} = \frac{2L}{\sqrt{3}} \\ \frac{BC}{AB} = \tan 30 \Rightarrow BC = AB\tan 30 = \frac{L}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} mg\Delta h = \frac{1}{2}I_c\omega^2 \Rightarrow m \times g \times \frac{3L}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}mL^2 \times \omega^2 \Rightarrow \omega = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g}{L}} \\ \Delta h = \frac{L}{2} + \frac{L}{2}\sin 30 = \frac{3L}{4} \\ I_c = I_G + m(\overline{CG})^2 = \frac{1}{12}mL^2 + \frac{7mL^2}{12} = \frac{2}{3}mL^2 \\ \overline{CG}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{BC}^2 = \frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{3} = \frac{7L^2}{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_B = \overline{BC} \cdot \omega = \frac{L}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{\sqrt{3gL}}{2}$$

* ممان اینرسی را باید حول نقطه مرکز آنی دوران در نظر گرفت.
* در محاسبه انرژی پتانسیل و جابه‌جایی مرکز جرم دقت شود.

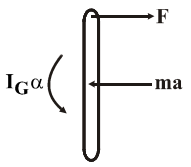
www.topsoal.ir

۸۵ـ گزینه «۲»

شتاب مرکز جرم میله

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow a_G = \frac{F}{m}$$

در لحظه اولیه اعمال نیرو $\omega = 0$



$$\vec{a}_A = \vec{a}_G + \vec{a}_{\frac{A}{G}} = \frac{F}{m} + \frac{L}{2}\alpha + \frac{L}{2}\omega^2 = \frac{F}{m} + \frac{L}{2}\left(\frac{6F}{Lm}\right) = \frac{4F}{m}$$

$$\sum M_G = I_G\alpha \Rightarrow F\frac{L}{2} = \frac{1}{12}mL^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{6F}{Lm}$$

$$\Rightarrow a_A = \frac{40}{3}\frac{m}{s^2} \quad , \quad \alpha = 10\frac{rad}{s^2}$$

طبق اصل دالامبر نیروی $-ma$ و گشتاور $-I\alpha$ به جسم وارد می‌شود و جسم در حالت تعادل استاتیکی قرار می‌گیرد.

۸۶ـ گزینه «۳»

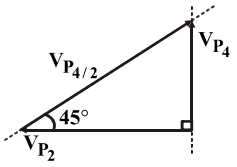
ضریب تغییرات سرعت در چرخ لنگر: (برای محاسبه انرژی جنبشی)

$$\left.\begin{aligned} c &= \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\bar{\omega}} \\ \bar{\omega} &= \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow c = \frac{2(\omega_{max} - \omega_{min})}{\omega_{max} + \omega_{min}}$$

۸۷ـ گزینه «۲»

سیستم را تحلیل سینماتیکی می‌کنیم:

* دقت شود که $V_{\frac{P_4}{P_2}}$ مماس برمنحنی گام بادامک است.



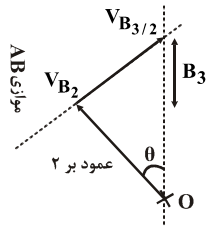
$$\overset{-\checkmark}{V_{P_4}} = \overset{\checkmark\checkmark}{V_{P_2}} + \overset{-\checkmark}{V_{\frac{P_4}{P_2}}}$$

$$V_{P_2} = o_2P \times \omega_2 = 50\,cm \times 100 \times \frac{2\pi}{60} = \frac{5\pi}{3}\frac{m}{s}$$

$$\theta = 45^\circ \Rightarrow |V_{P_2}| = |V_{P_4}| = \frac{5\pi}{3}\frac{m}{s}$$

www.topsoal.ir

۸۸ـ گزینه «۲»



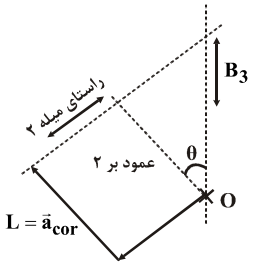
* ابتدا سیستم را تحلیل سینماتیکی می‌کنیم: (تحلیل سرعت و شتاب)

V_{B_2} : عمود بر راستای میله AB

$V_{B_{\frac{3}{2}}}$: در راستای میله۲ می‌باشد (در راستای شیار میله۲)

$$\Rightarrow |V_{B_3}| = \frac{|V_{B_2}|}{\cos\theta} \Rightarrow V_{B_{\frac{3}{2}}} = V_{B_2}.\tan\theta$$

با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$\overset{-\checkmark}{a_{B_3}} = \vec{a}_{B_2} + \vec{a}_{B_{\frac{3}{2}}} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{a}_2} + \overset{-\checkmark}{\vec{a}_{rel}} + \overset{\checkmark\checkmark}{2\vec{\omega}_2} \times \vec{V}_{\frac{3}{2}}$$

راستای شتاب B_3 در راستای شیار یعنی $\updownarrow$ می‌باشد راستای شتاب نسبی a_{rel} در راستای شیار میله۲ می‌باشد.

(a_{cor}) راستای شتاب کریولیس: راستای سرعت $V_{\frac{3}{2}}$ را در جهت گردش ω_2 باید ۹۰ درجه چرخاند راستای شتاب B_2 به سمت نقطهٔ A در راستای میله AB می‌باشد با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$|\vec{a}_{cor}| = 2\omega.V_{\frac{3}{2}} = 2\omega.V_{B_2}.\tan\theta \Rightarrow |a_{B_3}| = \frac{|a_{cor}|}{\cos\theta} = \frac{2\omega V_{B_2}\tan\theta}{\cos\theta}$$

و در نهایت:

$$\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{سرعت}} = \frac{m a_{B_3}}{V_{B_3}} = \frac{2m\omega V_{B_2}\frac{\tan\theta}{\cos\theta}}{\frac{V_{B_2}}{\cos\theta}} = 2m\omega\tan\theta$$

۸۹ـ گزینه «۴»

یکی از معروف‌ترین بادامک‌ها و پیروها، بادامک دایره‌ای خارج از مرکز است که در آن جابه‌جایی پیرو یک حرکت سینوسی است.

$$y = e(1-\cos\theta) \Rightarrow \dot{y} = e\omega\sin\theta \Rightarrow \ddot{y} = +e\omega^2\cos\theta$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

* دقت شود که معادله سرعت و شتاب برای هر دو پیرو یکسان می‌باشد.

www.topsoal.ir

۹۰- گزینه «۲»

روش تستی: با توجه به شکل مشخص است که حداکثر و حداقل جواب در کجا اتفاق می‌افتد.

$$\overline{T}=\frac{\int Td\theta}{\int d\theta}=\frac{۳۰۰\times(۹۰-۰)-۲۰۰(۱۸۰-۹۰)+۴۰۰(۳۶۰-۱۸۰)-۳۰۰(۴۵۰-۳۶۰)+۲۰۰(۵۴۰-۴۵۰)}{۷۲۰}=۸۷/۵$$

$$E_{oA}=I\int\omega d\omega=\int(T-\overline{T})d\theta=(۳۰۰-۴۳/۷۵)(\frac{\pi}{۲}-۰)\simeq ۳۳۴$$

$$E_{AB}=-(۲۰۰+۸۷/۵)(\pi-\frac{\pi}{۲})\simeq -۴۵۱$$

$$E_{BC}=-(۴۰۰+۸۷/۵)(۲\pi-\pi)\simeq ۱۹۰۲$$

$$E_{CD}=-(۳۰۰-۸۷/۵)(\frac{۵\pi}{۲}-۲\pi)\simeq -۶۰۸/۶$$

$$E_{DE}=(۲۰۰-۸۷/۵)(۳\pi-\frac{۵\pi}{۲})\simeq ۱۷۷/۶$$

$$E_{EF}=-(۴۰۰-۸۷/۵)(\frac{۷\pi}{۲}-۳\pi)\simeq -۷۶۴/۸$$

$$E_{FG}=(۳۰۰-۸۷/۵)(۴\pi-\frac{۷\pi}{۲})\simeq ۲۳۳/۸$$

$$E_{max}=-۳۳۴-۴۵۱+۱۹۰۲\simeq ۸۶۴\ \Rightarrow \theta_{max}=۳۶۰^\circ$$

$$E_{min}=۳۳۴-۴۵۱+۱۹۰۲-۶۰۸/۶+۱۷۷/۶-۷۶۴/۸\simeq -۴۶۶/۸\ \Rightarrow \theta_{min}=۶۳۰^\circ$$

۹۱- گزینه «۱»

می‌دانیم که معادلهٔ حرکت یک سیستم دینامیکی یک درجه آزادی با تحریک پایه به صورت زیر می‌باشد:

(x = جابه‌جایی جسم و y = جابه‌جایی پایه)

$$m\ddot{x}+kx=ky(t)\ \Rightarrow z=x-y\ \Rightarrow m\ddot{z}+kz=-m\ddot{y}(t)$$

$$\dot{y}(t)=۲۰u(t)-۱۰۰t\ \Rightarrow \ddot{y}(t)=۲۰\delta(t)-۱۰۰$$

نکته: تابع ضربه واحد مشتق تابع پله واحد است و متناظر با آن پاسخ سیستم به تابع ضربه، مشتق پاسخ سیستم به تابع پله است.

معادلهٔ دینامیکی سیستم $\Rightarrow \ddot{x}+\omega_n^۲z=-\ddot{y}=۱۰۰-۲۰\delta(t)$

$$\Rightarrow s^۲z(s)+\omega_n^۲z(s)=\frac{۱۰۰}{s}-۲۰$$

حال این معادله را با روش لاپلاس حل می‌کنیم:

$$\overline{z}(s)=\frac{۱۰۰}{s(s^۲+\omega_n^۲)}-\frac{۲۰}{s^۲+\omega^۲}\ \Rightarrow z(t)=\frac{۱۰۰}{\omega_n^۲}(۱-\cos\omega_n t)-\frac{۲۰}{\omega_n}\sin\omega_n t$$

$$\Rightarrow \dot{z}(t)=۰\ \Rightarrow \dot{z}(t)=\frac{۱۰۰}{\omega_n}\sin\omega_n t_p-۲۰\cos\omega_n t_p=۰\ \Rightarrow \tan\omega_n t_p=\frac{\omega_n}{۵}\ \Rightarrow t_p=\frac{\tan^{-۱}۲}{۱۰}$$

نکته:

$$L^{-۱}\{\frac{F(s)}{s}\}=\int_۰^t f(u)du$$

www.topsoal.ir

۹۲ـ گزینه «۳»

باید معادلهٔ حاکم بر سیستم را بنویسیم: (معادله دیفرانسیل غیرهمگن با ضرایب ثابت) $m\ddot{x}+kx=F(t)=F_\circ e^{-at}$ پاسخ کلی سیستم، مجموع پاسخ همگن و پاسخ خصوصی می‌باشد لذا:

$$x(t)=x_h+x_p \Rightarrow x_h=A\cos\omega_n t+B\sin\omega_n t$$

$$x_p=ce^{-at} \Rightarrow \text{جایگذاری در معادله} \Rightarrow c=\frac{F_\circ}{ma^۲+k}=\frac{F_\circ}{m(a^۲+\omega_n^۲)}$$

حال با جایگذاری شرایط اولیه صفر در معادلهٔ اصلی سیستم خواهیم داشت.

$$x(\circ)=\circ \Rightarrow A=\frac{-F_\circ}{ma^۲+k}=-\frac{F_\circ}{m(a^۲+\omega_n^۲)}$$

$$\dot{x}(\circ)=\circ \Rightarrow B=\frac{F_\circ a}{m\omega_n(a^۲+\omega_n^۲)}$$

۹۳ـ گزینه «۲»

$$\text{فرض غلتش} \Rightarrow x_{\frac{m}{M}}=r\theta \Rightarrow \ddot{x}_m=\ddot{x}+r\ddot{\theta}$$

$$(۱)\qquad \sum F_x=M\ddot{x} \Rightarrow -kx-c\dot{x}-k(-r\theta)-F_s=M\ddot{x} \Rightarrow F_s=M\ddot{x}+c\dot{x}+kx-kr\theta$$

$$(۲)\qquad \sum F_x=m\ddot{x} \Rightarrow -kr\theta+F_s=m(\ddot{x}+r\ddot{\theta}) \Rightarrow m(\ddot{x}+r\ddot{\theta})+kr\theta=F_s$$

$$(۳)\qquad \sum M_a=J_a\ddot{\theta} \Rightarrow -rF_s=J_o\ddot{\theta}=\frac{۱}{۲}mr\ddot{\theta} \Rightarrow F_s=-\frac{mr\ddot{\theta}}{۲}$$

با جایگذاری معادلهٔ (۳) در معادلات (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\Rightarrow\begin{cases} M\ddot{x}+c\dot{x}+kx-kr\theta=-\dfrac{mr\ddot{\theta}}{۲} \Rightarrow ۲M\ddot{x}+mr\ddot{\theta}+۲c\dot{x}+۲kx-۲kr\theta=\circ \\ m(\ddot{x}+r\ddot{\theta})+kr\theta=-\dfrac{mr\ddot{\theta}}{۲} \Rightarrow m\ddot{x}+\dfrac{۳}{۲}mr\ddot{\theta}+kr\theta=\circ \end{cases}$$

۹۴ـ گزینه «۳»

معادلات را در فرم ماتریس می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} ۱ & \circ \\ \circ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \circ \\ \circ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{با فرض} \begin{matrix} x=A\cos\omega t \\ y=B\cos\omega t \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\det\left[k-\omega^۲M\right]=\circ \Rightarrow \begin{vmatrix} ۲-\omega^۲ & -۱ \\ -۱ & ۲-۲\omega^۲ \end{vmatrix}=\circ \Rightarrow \begin{cases} \omega_۱^۲=\circ/۶۳ \\ \omega_۲^۲=۲/۳۶ \end{cases}$$

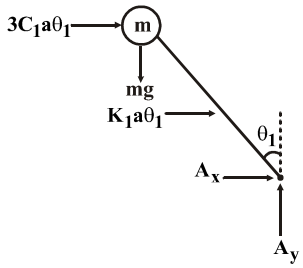
$$\Rightarrow \frac{Y}{X}\Big|_{\omega_۱}=\frac{۲-\omega_۱^۲}{۱}=۱/۲۷$$

$$\frac{Y}{X}\Big|_{\omega_۲}=\frac{۲-\omega_۲^۲}{۱}=-\circ/۳۶$$

www.topsoal.ir

۹۵ـ گزینه «۱»

سیستم دو درجه آزادی متقارن است لذا برای مود اول می‌توان c_2, k_2 را حذف کرد:

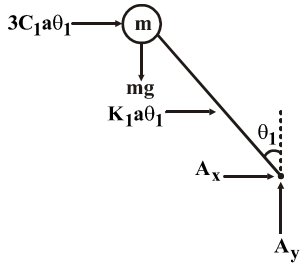


$$\sum T_A = I_A \ddot{\theta}_1$$
$$\Rightarrow -3c_1 a\dot{\theta}_1(3a) - k_1(a\theta_1)a + mg(3a\theta_1) = m(3a)^2\ddot{\theta}_1$$
$$\Rightarrow 9ma\ddot{\theta}_1 + 9c_1 a\theta_1 + (k_1 a - 3mg)\theta_1 = 0$$
$$\Rightarrow \omega_{d_1} = \sqrt{\frac{k_1 a - 3mg}{9ma} - \frac{c_1^2}{4m^2}}$$

نکته:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k_{ea}^2}{m_{eq}^2} - \frac{C_{eq}^2}{4m_{eq}^2}}$$

در مود دوم اثر c_2, k_2 را دو برابر می‌کنیم:



$$\sum T_A = I_A \ddot{\theta}_2$$
$$\Rightarrow -3c_1 a\dot{\theta}_2(3a) - 2(3k_2 a\theta_2)(3a) + mg(3a\theta_2) - 2(2c_2 a\dot{\theta}_2)(2a) - k(a\theta_2)a = m(3a)^2\ddot{\theta}_2$$
$$\Rightarrow 9ma\ddot{\theta}_1 + (9c_1 + 8c_2)a\dot{\theta}_2 + [(k_1 + 18k_2)a - 3mg)]\theta_2 = 0$$
$$\Rightarrow \omega_d = \sqrt{\frac{(k_1 + 18k_2)a - 3mg}{9ma} - \frac{(9c_1 + 8c_2)^2}{324m^2}}$$

۹۶ـ گزینه «۱»

ابتدا تابع تبدیل حلقه بسته سیستم کنترلی را به دست می‌آوریم:

$$M(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{1}{s+4}$$

می‌دانیم که اگر ورودی سیستم یعنی $r(t)$ یک تابع سینوسی یا کسینوسی باشد، آن‌گاه پاسخ پایدار سیستم هم متناظراً سینوسی یا کسینوسی خواهد بود با همان فرکانس ورودی اما با دامنه و فاز متفاوت، یعنی:

$$r(t) = a\cos\omega t \Rightarrow c_{ss} = \alpha M(\omega)\cos(\omega t + \phi)$$

$$\left.\begin{array}{l} \left|\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}\right| = |M(j\omega)| = \left|\frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 4^2}}\right| \Rightarrow \omega = 4 \Rightarrow |M(\omega)| = \frac{1}{4\sqrt{2}} \\ \phi = \measuredangle M(j\omega) = \measuredangle\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} = -\tan^{-1}\frac{\omega}{4} \Rightarrow \omega = 4 \Rightarrow \phi = -\frac{\pi}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{2}{4\sqrt{2}}\cos(4t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4})$$

www.topsoal.ir

۹۷ـ گزینه «۴»

چون تفاضل درجهٔ مخرج و صورت۳ واحد می‌باشد لذا در فرکانس‌های بالا $(\omega \to \infty)$ زاویه فاز -۲۷۰ درجه می‌باشد و در فرکانس‌های پایین $(\omega \to ۰)$ زاویه فاز صفر می‌باشد.

$$\measuredangle G(j\omega) = -\tan^{-۱}\omega - \tan^{-۱}\frac{\omega}{۲} - \tan^{-۱}\frac{\omega}{۳}$$

$$\omega \simeq ۰ \Rightarrow \measuredangle G(j\omega) \simeq ۰$$

$$\omega \simeq \infty \Rightarrow \measuredangle G(j\omega) \simeq -\frac{۳\pi}{۲}$$

$$G(j\omega) = \frac{۱۲}{(j\omega+۱)(j\omega+۲)(j\omega+۳)} = \frac{۱۲}{(j\omega)^۳ + ۶(j\omega)^۲ + ۱۱(j\omega) + ۶} = \frac{۱۲}{j(۱۱\omega - \omega^۳) + (۶ - ۶\omega^۲)}$$

$$Re(G(j\omega)) = ۰ \Rightarrow ۶ - ۶\omega^۲ = ۰ \Rightarrow \omega = \pm ۱ \Rightarrow Im(G(j\omega))|_{\omega=۱} = \frac{۱۲}{۱۰j} = -۱/۲j$$

تنها گزینه (۴) این ویژگی را دارد.

۹۸ـ گزینه «۴»

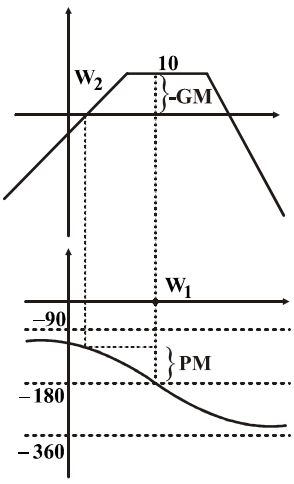
$$G(j\omega) = \frac{۲}{j\omega(۱ - \omega^۲ + j\frac{\omega}{۲})} \Rightarrow$$

$$\measuredangle G(j\omega) = -۹۰ - \tan^{-۱}\frac{۰/۵\omega}{۱-\omega^۲} \Rightarrow \text{فرکانس قطع فاز} = -۱۸۰^\circ \Rightarrow \tan^{-۱}\frac{۰/۵}{۱-\omega^۲} = -۹۰ \Rightarrow \omega = ۱$$

$$|G(j\omega)| = \frac{۲}{\omega\sqrt{(۱-\omega^۲) + (\frac{\omega}{۲})^۲}} \Rightarrow \text{حد بهره } GM = \frac{۱}{|G(j\omega)|_{\omega=۱}} = \frac{۱}{۴}$$

۹۹ـ گزینه «۴»

ابتدا فرکانس قطع فاز $\omega_۱$ و فرکانس قطع بهره $\omega_۲$ را به دست می‌آوریم.



در فرکانس قطع فاز:

$$|G(j\omega)|_{\omega=\omega_۱} > ۱ \Rightarrow GM = -۲۰\log|G(j\omega)|_{\omega=\omega_۱} < ۰$$

$$\measuredangle G(j\omega)|_{\omega=\omega_۲} > -۱۸۰ \Rightarrow PM = \measuredangle G(j\omega)|_{\omega=\omega_۲} + ۱۸۰^\circ \Rightarrow PM > ۰$$

www.topsoal.ir

۱۰۰ـ گزینه «۴»

(الف) شکل : $\lim_{\omega\to ۰} G(j\omega) = ۵ \Rightarrow \lim_{s\to ۰} G(s) = ۵$

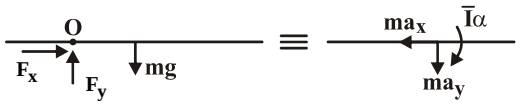
(ب) شکل : $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{۱+G(s)} \Rightarrow C(s) = R(s)\cdot\frac{G(s)}{۱+G(s)}$

$$C_{ss} = \lim_{t\to ۰} C(t) = \lim_{s\to ۰} sC(s) = \lim_{s\to ۰} s\cdot R(s)\cdot\frac{G(s)}{۱+G(s)} = \lim_{s\to ۰} s\cdot\frac{۱}{s}\times\frac{۵}{۱+۵} = \frac{۵}{۶}$$

www.topsoal.ir

۱۰۱ - گزینه «۳»

ترسیمه آزاد تیر را رسم می‌کنیم:



$$\sum M_\circ = I_\circ \alpha \quad , \quad I_\circ = \bar{I} + md^۲ = \frac{۱}{۱۲}mL^۲ + m(\frac{L}{۴})^۲ = \frac{۱}{۱۲}mL^۲ + m(\frac{L}{۴})^۲ = \frac{۱}{۱۲}mL^۲ + \frac{۱}{۱۶}mL^۲ = \frac{۷}{۴۸}mL^۲$$

$$\cancel{m}g\frac{\cancel{L}}{\underset{۱}{\cancel{۴}}} = \frac{۷}{\underset{۱۲}{\cancel{۴۸}}}\cancel{m}L^{\cancel{۲}}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۱۲}{۷}\frac{g}{L}$$

$$\sum F_y = m\bar{a}y \Rightarrow F_y - mg = -m(\frac{L}{۴}\times\frac{۱۲}{۷})\frac{g}{L} = -\frac{۳}{۷}mg \Rightarrow F_y = mg - \frac{۳}{۷}mg = \frac{۴}{۷}mg$$

$$\sum F_x = m\bar{a}_x \Rightarrow F_x = \circ$$

$$\vec{F}_o = \frac{۴}{۷}mg\,\vec{j} \qquad , \qquad F_o = \frac{۴}{۷}mg = ۰/۵۷۱۴mg = ۰/۵۷۱۴w$$

www.topsoal.ir

۱۰۲- گزینه «۱»

مومنتوم زاویه‌ای در حالت اول برابر است با:

$$H_{\circ_1} = m\bar{r}d + \bar{I}\omega = (mL^2 + \bar{I})\omega_\circ = (mL^2 + \frac{1}{2}mr^2)\omega_\circ = \frac{9}{2}mr^2\omega_\circ$$

دیسک نیز با سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ دوران می‌کند.

اما مومنتوم زاویه‌ای در حالت دوم برابر است با:

$$\omega_{\frac{\text{دیسک}}{\text{فضا}}} = \omega_{\frac{\text{دیسک}}{\text{میله}}} + \omega_{\frac{\text{میله}}{\text{فضا}}} = 2\omega_\circ\vec{k} - \omega_\circ\vec{k} = \omega_\circ\vec{k}$$

$$H_{O_2} = m(\omega_\circ L^2) - \frac{1}{2}mr^2\omega_\circ = \frac{7}{2}mr^2\omega_\circ$$

$$\frac{H_{O_1}}{H_{O_2}} = \frac{\frac{9}{2}mr^2\omega_\circ}{\frac{7}{2}mr^2\omega_\circ} = \frac{9}{7}$$

۱۰۳- گزینه «۳»

با استفاده از رابطه کار و انرژی داریم:

$$U = \Delta T + \Delta V_g + \cancelto{0}{\Delta V_e}$$

با توجه به اینکه قبل از حالت افقی OB دیسک به سمت راست و بعد از آن به سمت چپ حرکت خواهد کرد در لحظه‌ای که لینک OB افقی است سرعت زاویه‌ای دیسک صفر می‌باشد.

$$U = pb\sin\theta$$

$$\Delta T = [\frac{1}{2}(\frac{1}{3}m_\circ b^2)\omega^2] \times 2 + \circ$$

$$\Delta V_g = [-m_\circ g(\frac{b}{2}\sin\theta)] \times 2 + \circ$$

$$pb\sin\theta = \frac{1}{3}m_\circ b^2\omega^2 - m_\circ gb\sin\theta$$

$$\frac{1}{3}m_\circ b^2\omega^2 = pb\sin\theta + m_\circ gb\sin\theta$$

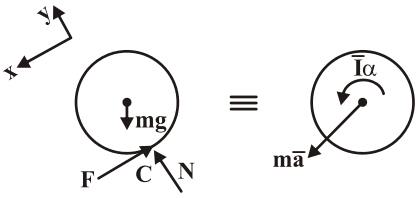
$$\omega^2 = \frac{3(p + m_\circ g)b\sin\theta}{m_\circ b^2} = \frac{3(\overbrace{m_\circ g + m_\circ g}^{2m_\circ g})\sin 45}{m_\circ b} = 3\sqrt{2}\frac{g}{b}$$

$$\omega = \sqrt{3\sqrt{2}\frac{g}{b}} \qquad (\frac{rad}{s})$$

www.topsoal.ir

۱۰۴- گزینه «۴»

با توجه به اینکه در صورت سؤال قید لغزش یا غلتش نیامده باید بررسی کنیم: ابتدا فرض غلتش می‌کنیم.



$$\sum M_G = \bar{I}\alpha \Rightarrow Fr = \bar{I}\alpha = \bar{I}\frac{\bar{a}}{r} \ , \ \bar{a} = r\alpha$$

$$\sum F_x = m\bar{a}_z \Rightarrow mg\sin\theta - F = m\bar{a}$$

$$\bar{a} = \frac{Fr^{۲}}{\bar{I}} = \frac{Fr^{۲}}{\frac{۱}{۲}mr^{۲}} = \frac{۲F}{m}$$

$$mg\sin\theta - F = m(\frac{۲F}{m})$$

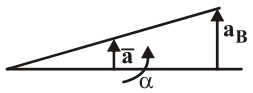
$$۳F = mg\sin\theta \Rightarrow F = \frac{۱}{۳}mg\sin\theta = ۰/۳۳(mg\sin ۴۵)$$

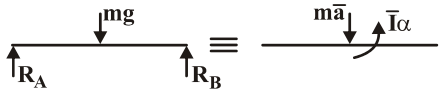
$$f_{s_{max}} = \mu_s N = ۰/۳۵(mg\cos\theta) = ۰/۳۵(mg\cos ۴۵)$$

بنابراین با توجه به اینکه F نیروی اصطکاک غلتشی کمتر از $F_{s_{max}}$ فرض غلتش ناب صحیح بوده و هیچ انرژی تلف نمی‌شود.

۱۰۵- گزینه «۲»

ترسیمه آزاد را در لحظه ورود به مسیر دایروی رسم می‌کنیم:





$$a_B = \frac{v^{۲}}{r} \quad , \quad \bar{a} = \frac{a_B}{۲} = \frac{v^{۲}}{۲r}$$

$$\alpha = \frac{a_B}{L} = \frac{V^{۲}}{rL}$$

$$\sum M_A = \bar{I}\alpha + m\bar{a}d \Rightarrow R_B = \frac{mg}{۲} + \frac{۱}{۳}\frac{mv^{۲}}{r}$$

$$\sum F_y = m\bar{a}_y \quad , \quad \sum M_G = \bar{I}\alpha \Rightarrow R_B\frac{L}{۲} - R_A \times \frac{L}{۲} = \frac{۱}{۱۲}mL^{۲}(\frac{V^{۲}}{rL})$$

$$R_A = \frac{mg}{۲} - \frac{۲}{۳}\frac{mv^{۲}}{r}$$

www.topsoal.ir

در صورتیکه $R_A \le ۰$ باشد این نیرو وجود ندارد:

$$\frac{mg}{۲} - \frac{۲}{۳}\frac{mv^۲}{r} > ۰$$

$$\frac{\cancel{m}g}{۲} > \frac{۲}{۳}\frac{\cancel{m}v^۲}{r} \Rightarrow \frac{۴}{۳}\frac{v^۲}{rg} < ۱$$

۱۰۶- گزینه «۳»

با استفاده از ضرایب تاثیر ماتریس سفتی داریم:

$$\begin{Bmatrix} f_c \\ M_c \\ f_۳ \\ f_۴ \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{۱۱} & K_{۱۲} & K_{۱۳} & K_{۱۴} \\ K_{۲۱} & K_{۲۲} & K_{۲۳} & K_{۲۴} \\ K_{۳۱} & K_{۳۲} & K_{۳۳} & K_{۳۴} \\ K_{۴۱} & K_{۴۲} & K_{۴۳} & K_{۴۴} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_c \\ \theta_c \\ X_۳ \\ X_۴ \end{Bmatrix}$$

برای ستون اول، $X_c = ۱۰$، $\begin{cases} X_۳ = X_۴ = ۰ \\ \theta_c = ۰ \end{cases}$

برای ستون دوم، $\theta_c = ۱۰$، $X_c = X_۳ = X_۴ = ۰$

برای ستون چهارم، $X_۴ = ۱۰$، $\begin{cases} X_c = X_۳ = ۰ \\ \theta_c = ۰ \end{cases}$ (نیروهای لازم تا حالات درنظر گرفته شده حفظ شود)

$$\begin{bmatrix} K_۱ + K_۲ & a(K_۱ - K_۲) & -K_۱ & -K_۲ \\ a(K_۱ - K_۲) & a^۲(K_۱ + K_۲) & -K_۱a & +K_۲a \\ -K_۱ & -K_۱a & K_۱ + K_۳ & ۰ \\ -K_۲ & +K_۲a & ۰ & K_۲ + K_۴ \end{bmatrix}$$

www.topsoal.ir

۱۰۷ـ گزینه «۲»

ابتدا معادله را به فرم ماتریسی تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_۱ \\ \ddot{x}_۲ \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} ۲ & -۲ \\ -۲ & ۴ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \end{Bmatrix}=\{۰\}$$

$$\det([K]-\lambda[M])=۰$$

$$\begin{vmatrix} ۲-\lambda & -۲ \\ -۲ & ۴-\lambda \end{vmatrix}=۰ \Rightarrow (۲-\lambda)(۴-\lambda)-۴=۰$$

$$۸-۲\lambda-۴\lambda+\lambda^۲-۴=۰$$

$$\lambda^۲-۶\lambda+۴=۰ \Rightarrow \lambda_{۱,۲}=\frac{۶\pm۲\sqrt{۵}}{۲}=۳\pm\sqrt{۵} \Rightarrow \lambda_۲=۳+\sqrt{۵}\simeq ۵/۲۳۶$$

۱۰۸ـ گزینه «۱»

با توجه به این‌که مختصات برروی جرم‌ها در نظر گرفته شده است بنابراین ماتریس جرم قطری می‌باشد و تنها ماتریس سفتی را می‌یابیم، با استفاده از ضرایب تاثیر ماتریس سفتی داریم:

$$\begin{Bmatrix} f_۱ \\ f_۲ \\ f_۳ \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} K_{۱۱} & K_{۱۲} & K_{۱۳} \\ K_{۲۱} & K_{۲۲} & K_{۲۳} \\ K_{۳۱} & K_{۳۲} & K_{۳۳} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} X_۱ \\ X_۲ \\ X_۳ \end{Bmatrix}$$

ستون اول، $X_۱=۱/۰$ ، $X_۲=X_۳=۰$

ستون دوم، $X_۲=۱/۰$ ، $X_۳=X_۱=۰$

ستون سوم، $X_۳=۱/۰$، $X_۱=X_۲=۰$

برای حفظ شرایط فوق باید نیروهایی اعمال کنیم که این نیروها همان درآیه‌ها می‌باشند.

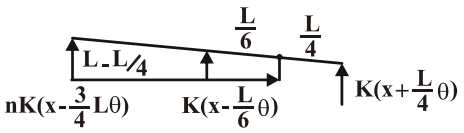
$$\begin{bmatrix} K_۱+K_۲+K_۳ & -K_۲ & -K_۳ \\ -K_۲ & k_۲ & ۰ \\ -k_۳ & ۰ & K_۳ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_۱ \\ \ddot{x}_۲ \\ \ddot{x}_۳ \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_۱+K_۲+K_۳ & -K_۲ & -K_۳ \\ -K_۲ & k_۲ & ۰ \\ -k_۳ & ۰ & K_۳ \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{Bmatrix}=\{۰\}$$

www.topsoal.ir

۱۰۹ـ گزینه «۴»

معادله حرکت سیستم را می‌نویسیم: باید دقت شود چون مختصات منطبق بر مرکز جرم می‌باشد بنابراین ماتریس جرم قطری می‌باشد، تنها باید ماتریس سفتی را قطری کنیم.



$$\sum F_x = m\ddot{x} \Rightarrow -K(x+\frac{L}{۴}\theta) - K(x-\frac{L}{۶}\theta) - nK(x-\frac{۳}{۴}L\theta) = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + (۲+n)Kx + (\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۶} - \frac{۳}{۴}n)KL\theta = ۰$$

$$\frac{۱}{۱۲} - \frac{۳}{۴}n = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{۱۲} = \frac{۳}{۴}n \Rightarrow n = \frac{۱}{۹}$$

همین عبارت کافی است چون ماتریس سفتی متقارن است.

۱۱۰ـ گزینه «۳»

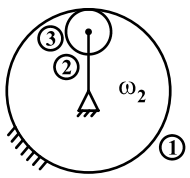
گزینه ۱ تعریف مد طبیعی می‌باشد که در حقیقت هنگامی که سیستم در مد طبیعی باشد تمام نقاط آن به طور همزمان از وضعیت تعادل استاتیکی عبور می‌کنند.

در گزینه ۲ ، Q_i در معادله لاگرانژ نیروی وارد بر درجه آزادی i از طرف محرک خارجی یا میرایی می‌باشد.

در گزینه ۴ با استفاده از تعامد مدها می توان با استفاده از تبدیل ماتریس‌ها این عمل را انجام داد.

گزینه ۳ نادرست می‌باشد زیرا در سیستم‌های ارتعاشی با توجه به شرایط اولیه می‌توان ترکیبی از مدها یا تنها یک مد خاص را داشته باشیم.

۱۱۱ـ گزینه «۱»



با توجه به شکل و با توجه به اینکه چرخ‌دنده ① ساکن است $\omega_۱ = ۰$

پس

$$\frac{\omega_۳ - \omega_۲}{\omega_۱ - \omega_۲} = \frac{N_۱}{N_۳}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_۳ - \omega_۲}{-\omega_۲} = \frac{N_۱}{N_۳} \Rightarrow \omega_۳ - \omega_۲ = \frac{-N_۱}{N_۳}\omega_۲$$

$$\Rightarrow \omega_۳ = (۱ - \frac{N_۱}{N_۳})\omega_۲$$

www.topsoal.ir

۱۱۲ـ گزینه «۴»

$$\frac{\omega_۵-\omega_۶}{\omega_۲-\omega_۶}=\frac{\omega_۵-۷۵}{۵۰-۷۵}=\frac{N_۲N_۴}{N_۳N_۵}=\frac{۱۸\times۲۵}{۲۲\times۱۵}\Rightarrow$$

$$\frac{\omega_۵-۷۵}{-۲۵}=\frac{۱۸\times۲۵}{۲۲\times۱۵}\Rightarrow\frac{\omega_۵-۷۵}{-۲۵}=\frac{۴۵۰}{۳۳۰}\Rightarrow$$

$$\omega_۵=۴۰/۹\simeq۴۱\frac{rad}{s}$$

چون سرعت زوایای $\omega_۲$ و $\omega_۶$ که در جهت ساعتگرد بود، مثبت گرفتیم و چون عدد $\omega_۵$ بدست آمده، مثبت شد، پس چرخ‌دنده (۵) ساعتگرد است.

در نتیجه گزینه ۴ صحیح است.

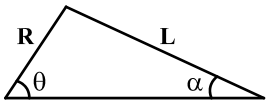
۱۱۳ـ گزینه «۳»

باتوجه به شکل:

$$x_p=R\cos\theta+L\cos\alpha$$

از طرفی $R\sin\theta=L\sin\alpha$

یعنی



$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{L^۲-R^۲\sin^۲\theta}}{L}$$

$$\Rightarrow x_p=R\cos\theta+\sqrt{L^۲-R^۲\sin^۲\theta}$$

$$\Rightarrow V_p=\omega(-R\sin\theta+\frac{-۲R^۲\sin\theta\cos\theta}{۲\sqrt{L^۲-R^۲\sin^۲\theta}})$$

$$=\omega(-R\sin\theta+\frac{-R^۲\sin۲\theta}{۲\sqrt{L^۲-R^۲\sin^۲\theta}})$$

با ساده‌سازی انجام‌شونده:

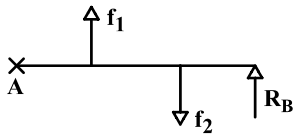
یعنی $L^۲-R^۲\sin^۲\theta\simeq L^۲$

$$V_p=-R\omega(\sin\theta+\frac{R}{۲L}\sin۲\theta)$$

www.topsoal.ir

۱۱۴ - گزینه «۴»

با توجه به شکل روبرو، با گشتاورگیری حول تکیه‌گاه A



$\sum M_B = ۰$

$f_۱ = m_۱ R_۱ \omega^۲ = ۲ \times ۰/۰۵ \times ۱۰۰ = ۱۰N$

$f_۲ = m_۲ R_۲ \omega^۲ = ۳ \times ۰/۱ \times ۱۰۰ = ۳۰N$

$\sum M_A = ۰ \Rightarrow R_B \times (۱) + f_۱ \times (۰/۲) = f_۲ \times (۰/۸)$

$\Rightarrow R_B = ۳۰ \times (۰/۸) - ۱۰ \times (۰/۲) = ۲۴ - ۲ = ۲۲N$

۱۱۵- گزینه «۴»

رابطه تغییر مکان پیرو نسبت به تغییر زاویه بادامک در بادامک سؤال موردنظر برابر است با: $y = e(۱ - \cos\theta)$

که $= y'' = -e\sin\theta$ تکانه و $a_{\text{شتاب}} = y'' = e\cos\theta$ و $v_{\text{سرعت}} = y' = e\sin\theta$ پس تمامی نمودارها (سرعت، شتاب و تکانه) پیوسته هستند.

www.topsoal.ir

۱۱۶ـ گزینه «۳»

اولاً با توجه به این‌که در دیاگرام قطبی سیستم از 0^- به صفر 0^+ در جهت خلاف عقربه‌های ساعت دور زده است بنـابراین در مـسیر نایکوئیـست باید حول صفر در جهت عقربه‌های ساعت دور بزند. بنابراین گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شوند.

ثانیاً با توجه به این‌که در دیاگرام قطبی نقطه شروع دیاگرام یعنی 0^+ به صورت بالا است این بدان معنی است که با توجه بـه مینـیمم فـاز بـودن، سیستم از نوع ۳ می‌باشد یعنی باید $S=0$ از مرتبه ۳ در مخرج داشته باشیم.

توجه: با توجه به نقطه انتهایی دیاگرام قطبی یعنی نقطه $w=\infty$ با توجه به مینیمم فاز بودن، سیستم مربوط به حالتی است کـه اخـتلاف درجـه مخرج و صورت برابر ۴ باشد که در همه گزینه‌ها این مورد رعایت شده است.

۱۱۷ـ گزینه «۲»

اولاً با توجه به معیار پایداری نایکوئیست زمانی سیستم پایدار است که Z که تعداد صفرهای معادله مشخصه است برابر صفر باشد یعنی $Z=0$.

ثانیاً دو حالت مختلف برای دیاگرام نایکوئیست شکل بالا می‌تواند وجود داشته باشد. یکی این‌که دیاگرام نایکوئیست نقطه (-1) روی محور حقیقی را دور نزند و حالت دیگر موقعی است که دیاگرام نایکوئیست نقطه (-1) را دور بزند که برای هر حالت داریم:

حالت اول) دیاگرام (-1) را دور نزند:

$N=0 \Leftarrow$ معیار پایداری نایکوئیست $Z=N+P \Rightarrow P=Z-N$ در هیچ یک از گزینه‌ها موجود نیست پس منظور حالت دوم بوده است.

$P=0-0=0$

حالت دوم) دیاگرام (-1) را دور بزند:

از آن‌جا که شکل داده شده برای حالت 0^+ تا $+\infty$ است با کامل کردن شکل برای 0^- و $-\infty$ مشخص می‌شود کـه منحنـی نایکوئیـست دوبـار نقطه (-1) را در جهت خلاف عقربه‌های ساعت دور می‌زند $\Leftarrow N=-2$

$P=Z-N=0-(-2)=2$

سیستم حلقه باز دو قطب در سمت راست محور موهومی دارد.

برای این‌که منحنی نایکوئیست نقطه (-1) را دور بزند:

$$\frac{-K}{3}<-1 \Rightarrow K>3$$

www.topsoal.ir

۱۱۸- گزینه «۳»

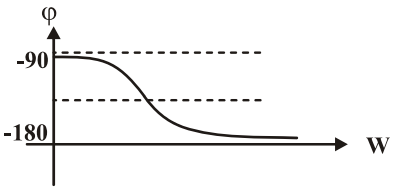
برای بدست آوردن شکل دیاگرام فاز ابتدا باید با توجه به دیاگرام اندازه لگاریتمی (db) شکل تابع تبدیل حلقه باز را بدست آوریم لذا داریم:

$$GH(s)=\frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+5)}$$

چون شیب ابتدایی نمودار $20\frac{db}{dec}$ بنابراین یک s در مخرج داریم و چون در فرکانس گوشه‌ی ۱ ، شیب صفر شده است پس عبارت $s+1$ درصورت است و چون در $w=2$ شیب به $-20\frac{db}{de}$ به $-40\frac{deb}{dec}$ رسیده است بنابراین $(s+5)$ در مخرج است.

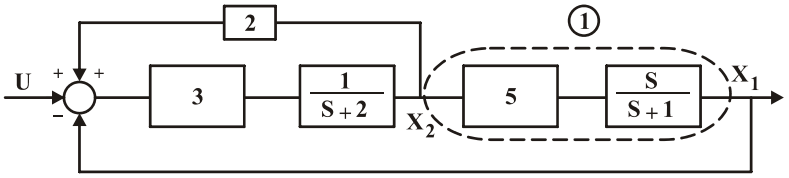
$$\measuredangle GH(s)=-90+\tan^{-1}\frac{w}{1}-\tan^{-1}\frac{w}{2}-\tan^{1}\frac{w}{5}$$

$$\left.\begin{array}{l} w\to 0 \Rightarrow \measuredangle GH\to -90 \\ w\to\infty \Rightarrow \measuredangle GH\to -180 \end{array}\right\} \Rightarrow$$



۱۱۹- گزینه «۴»

برای محاسبه معادلات حالت باید رابطه بین $\dot{x}$ها و x ها را طبق زیر بیابیم:



$$(1) \Rightarrow 5\dot{x}_2=\dot{x}_1+x_1$$

برای جمع کننده $\Rightarrow u-x_1+2x_2=\frac{\dot{x}_2+2x_2}{3} \Rightarrow \dot{x}_2=3u-3x_1+4x_2$

با جای‌گذاری $\dot{x}_2$ در رابطه بالایی داریم:

$$\dot{x}_1=5\dot{x}_2-x_1=5(3u-3x_1+4x_2)-x_1=15u-16x_1+20x_2$$

$$\Rightarrow \dot{x}=\begin{bmatrix}-16 & 20\\ -3 & 4\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}15\\ 3\end{bmatrix}u$$

www.topsoal.ir

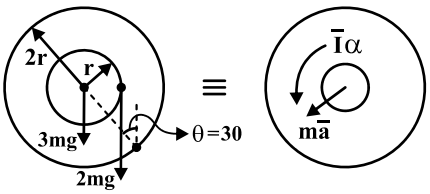
۱۲۰ـ گزینه «۴»

از پاسخ سیستم‌های مرتبه دوم به ورودی پله واحد می‌دانیم که پاسخ فوق برای یک سیستم با میرایی کمتر از یک (میرایی غیر بحرانی) است. طبق خواص موجود برای کنترلرها، برای ایجاد میرایی بیشتر باید از کنترلر PD استفاده کرد و این در حالی است که PD توانایی کاهش خط را ندارد. کنترل کننده PI می‌تواند خطا را بهبود بخشد لذا در مجموع به یک کنترل کننده PID احتیاج داریم.

www.topsoal.ir

۱۲۱- گزینه «۲»

دیاگرام آزاد و نیروهای وارد بر دیسک را به‌صورت زیر ترسیم می‌کنیم:



$$\sum M_\circ = I_\circ \alpha$$

$$I_\circ = \bar{I}_{\text{دیسک}} + md^۲$$

$$d = ۲r \;\Rightarrow\; I_\circ = \frac{۱}{۲}(۳m)(۲r)^۲ + (۳m)(۲r)^۲ = ۶mr^۲ + ۱۶mr^۲ = ۱۸mr^۲$$

$$\sum M_\circ = I_\circ \alpha \;\Rightarrow\; ۳mg(۲r\sin\theta) + mg(۲r\sin\theta + ۲r) + ۲mg(۲r\sin\theta - r) = ۱۸mr^۲\alpha$$

$$۳mgr + ۳mgr = ۱۸mr^۲\alpha \;\Rightarrow\; ۶g = ۱۸r\alpha \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{g}{۳r}$$

www.topsoal.ir

۱۲۲ ـ گزینه «۴»

برای حل از روش کار و انرژی استفاده می‌کنیم، لذا ابتدا انرژی‌های جنبشی و پتانسیل را در موقعیت‌های اولیه و نهایی محاسبه می‌کنیم، بنابراین:

روش اول:

$$(V_g)_1 = mgl\sin\theta \quad \text{و} \quad (V_g)_2 = 0$$

$$T_1 = 0 \quad \text{و} \quad T_2 = \frac{1}{2}m\bar{V}^2 + \frac{1}{2}\bar{I}\omega^2$$

$$\bar{V} = V_B \Rightarrow \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{\frac{B}{A}} \Rightarrow -V_B\vec{j} = V_A\vec{i} + (-\omega k)\times(l\cos\theta i + l\sin\theta j)$$

$$-\vec{V}_B\vec{j} = V_A\vec{i} + (-\omega l\cos\theta\vec{j} + \omega l\sin\theta\vec{i}) \Rightarrow \begin{cases} V_B = \omega l\cos\theta \\ V_A = \omega l\sin\theta \end{cases}$$

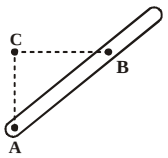
$$T_2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{12}m(2l)^2)\omega^2 + \frac{1}{2}m(\omega^2 l^2\cos^2\theta) = \frac{1}{6}ml^2\omega^2(1+3\cos^2\theta)$$

کار و انرژی: $T_1 + V_{g_1} = T_2 + V_{g_2} \Rightarrow mgl\sin\theta + 0 = \frac{1}{6}ml^2\omega^2(1+3\cos^2\theta)$

$$\omega^2 = \frac{6g\sin\theta}{l(1+3\cos^2\theta)} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{6g\sin\theta}{l(1+3\cos^2\theta)}}$$

روش دوم (تستی):

روش ساده‌تر برای محاسبه T_2 استفاده از مرکز آنی دوران می‌باشد، لذا:



$$T_2 = \frac{1}{2}I_c\omega^2 \quad \text{و} \quad I_c = \bar{I} + md^2 \quad \text{و} \quad d = l\cos\theta$$

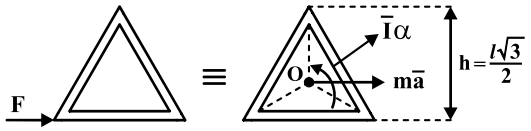
$$\Rightarrow I_C = \bar{I} + ml^2\cos^2\theta \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2}(\bar{I} + ml^2\cos^2\theta)\omega^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{12}m(2l)^2 + ml^2\cos^2\theta)\omega^2$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{6}ml^2\omega^2(1+3\cos^2\theta)$$ (ادامه حل مانند روش قبل است)

www.topsoal.ir

۱۲۳ـ گزینه «۴»

برای بدست آوردن شتاب نقطه B باید ابتدا شتاب مرکز جرم و همچنین شتاب زاویه‌ای ورق را در ابتدای حرکت بدست آوریم، لذا دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر ورق به‌صورت زیر است:



فاصله مرکز جرم از هریک از اضلاع $d=\frac{1}{3}h=\frac{l\sqrt{3}}{6}$

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F=m\bar{a} \Rightarrow \bar{a}=\frac{F}{m}$$

$$\sum M_\circ = \bar{I}\alpha \quad \text{و} \quad M_\circ = F\times\frac{h}{3}=\frac{Fl\sqrt{3}}{6}$$

$$\bar{I}=3(\frac{1}{12}(\frac{m}{3})l^2+\frac{m}{3}d^2)=\frac{1}{12}ml^2+m(\frac{l^2}{12})=\frac{1}{6}ml^2$$

$$\sum M_\circ=\bar{I}\alpha \Rightarrow \frac{F\times l\sqrt{3}}{6}=\frac{1}{6}ml^2\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{F\sqrt{3}}{ml}$$

$$\vec{a}_B=\vec{a}_G+\vec{a}_{\frac{B}{G}} \Rightarrow \vec{a}_B=\vec{a}_G+\vec{\alpha}\times\vec{r}_{\frac{B}{G}}+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{\frac{G}{B}})$$

$$\omega=0 \text{ در شروع حرکت} \rightarrow \vec{a}_B=\vec{a}_G+\vec{\alpha}\times\vec{r}_{\frac{G}{B}} \Rightarrow \vec{a}_B=\frac{F}{m}\vec{i}+(\frac{F\sqrt{3}}{ml}k)\times(\frac{2h}{3}j)=\frac{F}{m}\vec{i}-\frac{F\sqrt{3}}{ml}\times\frac{l\sqrt{3}}{3}\vec{i} \Rightarrow \vec{a}_B=0$$

۱۲۴ـ گزینه «۳»

از آن‌جایی که زمان برخورد بسیار کوچک است بنابراین با استفاده از بقاء مومنتوم زاویه‌ای حول مرکز دیسک برای قبل و بعد از برخورد گلوله به دیسک داریم: (C نقطه مرکز آنی سرعت صفر (تماس روی زمین) است)

$$\int\sum M_c dt = H_{c_2}-H_{c_1} \xrightarrow{dt\simeq 0} H_{c_2}=H_{c_1}$$

$$H_{c_1}=\frac{m}{4}V\times(\frac{3R}{2})=\frac{3mVR}{8}$$

$$H_{c_2}=\frac{m}{4}(\frac{3R}{2}\omega)\times(\frac{3R}{2})+m(R\omega)\times R+\bar{I}\omega$$

$$\Rightarrow H_{c_2}=\frac{9mR^2\omega}{16}+mR^2\omega+\frac{1}{2}mR^2\omega=mR^2\omega(\frac{3}{16}+1+\frac{1}{2})=mR^2\omega(\frac{33}{16})$$

$$\Rightarrow H_{c_1}=H_{c_2} \Rightarrow \frac{3mVR}{8}=mR^2\omega\times\frac{33}{16} \Rightarrow \omega=\frac{2}{11}\frac{V}{R}$$

www.topsoal.ir

۱۲۵- گزینه «۳»

نسبت به محورهای xyz داریم:

سرعت زاویه‌ای مطلق دیسک : $\vec{\omega} = \omega_2 \vec{i} - \omega_1 \vec{j} + p\vec{k}$

سرعت زاویه‌ای دوران دستگاه xyz : $\vec{\Omega} = \omega_2 \vec{i} - \omega_1 \vec{j}$

سرعت زاویه‌ای دیسک برابر است با:

$$\vec{\alpha} = \frac{d\omega}{dt} = \omega_2 \frac{d\vec{i}}{dt} - 0 + P\frac{d\vec{k}}{dt} \Rightarrow \quad \vec{\alpha} = \omega_2[\vec{\Omega} \times \vec{i}] + P[\vec{\Omega} \times \vec{k}]$$

$$\Rightarrow \vec{\alpha} = \omega_2[(\omega_2 \vec{i} - \omega_1 \vec{j}) \times \vec{i}] + P[(\omega_2 \vec{i} - \omega_1 \vec{j}) \times k]$$

$$\Rightarrow \omega_1\omega_2\vec{k} - p\omega_2\vec{j} - p\omega_1\vec{i} = -p\omega_1\vec{i} - p\omega_2\vec{j} + \omega_1\omega_2\vec{k}$$

۱۲۶- گزینه «۱»

با توجه به گزینه‌های مساله باید مدل ارتعاشی معادل برای حالت سری C و K را بیابیم:

با استفاده از مفهوم سختی مختلط داریم:

$$K_1^* = K$$

$$K_2^* = iwc \qquad K_{eq}^* = \frac{iwck}{K + iwc}$$

$$K_{eq}^* = \frac{ik^2wc + kw^2c^2}{k^2 + w^2c^2}$$

$$K_{eq} = \frac{kw^2c^2}{k^2 + w^2c^2} \quad \text{و} \quad C_{eq} = \frac{k^2c}{k^2 + w^2c^2}$$

با توجه به این‌که ارتعاشات آزاد بدون فرکانس تحریک می‌باشد، $w = 0$ ، $C_{eq} = \frac{k^2c}{k^2} = c$ و $k_a = 0$ بنابراین:

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix} \text{و} \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{و} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

www.topsoal.ir

۱۲۷- گزینه «۳»

با استفاده از ضرایب ماتریس سختی داریم:

$$\begin{bmatrix} 2k & -k & -k & 0 \\ -k & 2k & 0 & 0 \\ -k & 0 & k & -k \\ 0 & -k & 0 & k \end{bmatrix}$$

ابتدا $x_1 = 1/0$ و $x_2 = x_3 = x_4 = 0$ شرایط نیرویی برای حفظ این حالت را می‌یابیم. $f = kx$ و ستون اول ماتریس بدست می‌آید.

و به همین منوال سایر ستون‌ها را می‌یابیم.

باید دقت داشت که ماتریس متقارن نیست که به علت انتخاب مختصات می‌باشد. اگر x_2 و x_3 تغییر یابند و جابجا شوند ماتریس متقارن خواهد شد.

۱۲۸- گزینه «۲»

ابتدا معادلات حرکت و فرکانس طبیعی سیستم را می‌یابیم.

$$\omega = 4\frac{rad}{s} \quad , \quad F_1 = 10\,N$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = 0$$

$$\lambda = 0 \quad , \quad \omega_1 = 0 \quad , \quad \lambda = \frac{3}{2}\frac{k}{m} \quad , \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1000}{60}} = 5\frac{rad}{s}$$

$$X_1 = \frac{(k - 2m\omega^2)F_1}{2m^2(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2)} = \frac{(1000 - 2\times 60\times 16)\times 10}{2\times 3600\times(-16)\times(25-16)} = 8/87\,mm$$

بنابراین در فاز مخالف می‌باشند.

$$X_2 = \frac{kF_1}{2m^2(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2)} = \frac{1000\times 10}{2\times 3600\times(-16)\times(25-16)} = -9/64\,mm$$

۱۲۹- گزینه «۴»

با توجه به اینکه بردارهای ویژه در سیستم‌های چند درجه آزادی متعامد می‌باشند و با استفاده از شرط تعامد داریم:

$$\varphi_i^T M \varphi_j = 0 \quad \text{و} \quad \varphi_i^T k \varphi_j = 0 \qquad (i \neq j)$$

$$[1 \quad -0/5]\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow [m - m]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$[1 \quad -0/5]\begin{bmatrix} 100 & -50 \\ -50 & 300 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 \text{ و } 125x_1 = 200x_2$$

بنابراین چنین سیستمی فاقد بردار ویژه دوم می‌باشد و بردار ویژه مد اول نیز صحیح نمی‌باشد (شرط تعامد برقرار نیست)

www.topsoal.ir

۱۳۰- گزینه «۲»

با استفاده از معادله لاگرانژ داریم:

$$T=\frac{1}{2}mr^2=\frac{1}{2}m(\dot{r}^2+r^2\dot{\theta}^2)$$

$$U=mg(r_0-r)\cos\theta+\frac{1}{2}k(r-r_0)^2$$

$$L=T-U=\frac{1}{2}m(r^2\dot{\theta}^2+\dot{r}^2)-mg(r_0-r)\cos\theta-\frac{1}{2}k(r-r_1)^2$$

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial q_i})-\frac{\partial L}{\partial q_i}=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial_0^r}=m\dot{r} \quad \text{و} \quad \frac{\partial L}{\partial r}=mr\dot{\theta}^2+mg\cos\theta-k(r-r_0) \quad \text{و} \quad \frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}}=mr^2\dot{\theta}$$

$$\frac{\partial L}{\partial\theta}=-mg(r-r_0)\sin\theta$$

$$m\ddot{r}-mr\dot{\theta}^2-mg\cos\theta+k(r-r_0)=0 \Rightarrow m(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)+k(r-r_0)=mg\cos\theta$$

$$mr^2\ddot{\theta}+mg(r-r_0)\sin\theta=0$$

۱۳۱- گزینه «۲»

برای بادامک‌ها با شتاب ثابت و سیکلوئیدی داریم:

برای شتاب ثابت $A=A_{max_1}=\frac{4h\omega^2}{\beta^2}$

برای حرکت سیکلوئیدی $A=\frac{2\pi h\omega^2}{\beta^2}\sin\frac{2\pi\theta}{\beta}$ و $A_{max_2}=\frac{2\pi h\omega^2}{\beta^2}$

بنابراین:

$$\frac{A_{max_1}}{A_{max_2}}\frac{\frac{4h\omega^2}{\beta_2}}{\frac{2\pi h\omega^2}{\beta^2}}=\frac{2}{\pi}$$

دقت کنیم گزینه‌های ۱ و ۴ از نظر دیمانسیون صحیح نمی‌باشد.

www.topsoal.ir

۱۳۲ ـ گزینه «۳»

در مورد بالانس موتورهای چند سیلندر خطی داریم:

نیروهای اولیه:

$$\Sigma \cos \varphi_n = ۰ \text{ و } \Sigma \sin \varphi_n = ۰$$

نیروهای ثانویه:

$$\Sigma \cos ۲\varphi_n = ۰ \text{ و } \Sigma \sin ۲\varphi_n = ۰$$

گشتاور اولیه:

$$\Sigma a_n \cos \varphi_n = ۰ \text{ و } \Sigma a_n \sin \varphi_n = ۰$$

گشتاور ثانویه:

$$\Sigma a_n \cos ۲\varphi_n = ۰ \text{ و } \Sigma a_n \sin ۲\varphi_n = ۰$$

در مورد تک جرم دوار داریم:

$$M_e R_e = MR$$

۱۳۳ ـ گزینه «۳»

برای برداشتن تعادل استاتیکی باید مجموع برداری تمام نیروها صفر باشد. نیروی $F_{۲۳}$ و $F_{۴۵}$ نیروهای داخلی‌اند. در مورد جسم ۶ دقت کنیم نیروی $F_{۵۶}$ با نیروی $F_{۱۶}$ برابر می‌باشد.

$$F_{۱۳} + F_{۱۲} + F_{۱۶} + F + N + G = ۰$$

www.topsoal.ir

۱۳۴ـ گزینه «۲»

با استفاده از روش جدول برای مجموعه خورشیدی داریم:

$$\omega_{۲} = -۱۰\frac{rad}{s}$$

$$\omega_{۵} = ۲۰\frac{rad}{s}$$

(حرکت در جهت عقربه‌های ساعت مثبت)

	بازو #۵	#۲	#۴
مجموعه قفل	۲۰	۲۰	۲۰
بازو ثابت	۰	−۳۰	−۲۰
	۲۰	−۱۰	۰

برای حالتی که بازو ثابت است، برای مجموعه چرخدنده مرکب داریم:

$$\frac{\omega_{۴}}{\omega_{۲}} = \frac{N_{۲} \times N_{۳}}{N_{۳} \times N_{۴}} = +\frac{N_{۲}}{N_{۴}} = \frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۲}{۳}$$

$$\omega_{۴} = \frac{۲}{-} \times (-۳۰) = -۲۰$$

۱۳۵ـ گزینه «۲»

با استفاده از روش جدول داریم: ($c\omega$ را مثبت می‌گیریم)

	بازو ۷	#۲	#۶
مجموعه قفل	x	x	x
بازو ثابت	۰	۱۰−x	$\frac{۱}{۳}(۱۰-x)$
	x	۱۰	$x+\frac{۱}{۳}(۱۰-x)$

با ثابت بودن بازو و داشتن چرخدنده مرکب داریم:

$$\frac{\omega_{۶}}{\omega_{۲}} = \frac{N_{۲}\ N_{۳}\ N_{۵}}{N_{۳}\ N_{۴}\ N_{۶}} = \frac{N_{۲}\ N_{۵}}{N_{۴}\ N_{۶}} = \frac{\cancel{۱۰} \times \cancel{۱۰}}{\cancel{۱۰} \times \cancel{۳۰}} = +\frac{۱}{۳}$$

$$\omega_{۶} = \frac{۱}{۳}(۱۰-x)$$

$$x + \frac{۱}{۳}(۱۰-x) = -۲۰ \Rightarrow x = -۳۵\frac{rad}{s}$$

بنابراین از نمای چپ در جهت ccw می‌چرخد.

www.topsoal.ir

۱۳۶ـ گزینه «۳»

ابتدا تابع تبدیل حلقه باز را سیستم داده شده را با استفاده از دیاگرام بود داده شده می‌یابیم، لذا:

$$GH(s)=\frac{k(s+۱)(s+۲)^{۳}}{s^{۲}}$$

با توجه به اطلاعات داده شده داریم:

$$\begin{cases}۲۰\log|GH|=۶۰\\ \omega=۰/۱\end{cases}\Rightarrow \left.\frac{K\times\sqrt{\omega^{۲}+۱}\times(\omega^{۲}+۴)^{\frac{۳}{۲}}}{\omega^{۲}}\right|_{\omega=۰/۱}=۱۰^{(\frac{۶۰}{۲۰})}\Rightarrow \frac{K\times\sqrt{(۰/۱)^{۲}+۱}\times(۰/۱^{۲}+۴)^{\frac{۳}{۲}}}{(۰/۱)^{۲}}=۱۰۰۰$$

$$\Rightarrow K\times ۸=۱۰\Rightarrow K=\frac{۵}{۴}\Rightarrow GH(s)=\frac{۵(s+۱)(s+۲)^{۳}}{s^{۲}}$$

۱۳۷ ـ گزینه «۱»

تعداد صفرهای حلقه باز و حلقه بسته در سیستم‌های کنترلی با هم برابر است بنابراین در هر دو حالت الف و ب تعداد صفرهای حلقه بسته برابـر ۱ است و بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ غلط هستند.

حال برای هر یک از حالت‌های ۱ و ۲ با استفاده از معیار پایداری نایکوئیت تعداد قطب‌های حلقه بسته در سمت راست محور موهومی را می‌یابیم:

$N=۰\Rightarrow$ تعداد قطب‌های حلقه باز در سمت راست محور موهومی : $P=۲\Rightarrow Z=N+P=۲+۰=۲$

تعداد قطب‌های سمت راست محور موهومی در حالت الف برابر ۲ می‌باشد.

$N=-۲\Rightarrow$ تعداد قطب‌های حلق باز در سمت راست محور موهومی : $p=۲\Rightarrow Z=N+P=۲-۲=۰$

تعداد قطب‌های سمت راست محور موهومی در حالت ب برابر صفر می‌باشد.

www.topsoal.ir

۱۳۸ـ گزینه «۴»

ابتدا دیاگرام نایکوئیت را در بازه $\omega = ۰^+$ تا $+\infty$ رسم می‌کنیم و سپس شکل حاصل را نسبت به محور حقیقی قرینه می‌کنیم و برای این منظور تابع تبدیل حلقه باز سیستم داده شده را می‌یابیم:

$$\text{تابع تبدیل حلقه داخلی} = \frac{\frac{s+۲}{s}}{۱+\frac{s+۲}{s}} = \frac{s+۲}{۲s+۲}$$

$$\text{تابع تبدیل حلقه باز کل سیستم}: GH(s) = \frac{K(s+۱)}{s^۲} \times \frac{s+۲}{۲(s+۱)} = \frac{k(s+۲)}{۲s^۲}$$

$$\measuredangle GH = tg^{-۱}\frac{\omega}{۲} - ۱۸۰$$

$$\omega \to ۰^+ \quad \Rightarrow \measuredangle GH = ۰^+ - ۱۸۰^- \qquad (\text{کوچکتر از } -۱۸۰)$$

$$\omega \to +\infty = \measuredangle GH = ۹۰^- - ۱۸۰ = -۹۰^- \qquad (\text{کوچکتر از } -۹۰ \text{ مثلاً } -۹۱)$$

با توجه به اینکه در مخرج $s^۲$ داریم و با توجه به مسیر نایکوئیت باید از ۰^- به ۰^+ به اندازه دو نیم دایره (یک دایره کامل) در جهت عقربه‌های ساعت دوران دهیم.

۱۳۹ـ گزینه «۱»

در نقطه‌ای که $۲۰\log|GH| = ۰ \Rightarrow |GH| = ۱$ است مقدار فاز $\angle GH$ کمتر از -۱۸۰ است بنابراین حد فاز منفی است.

در نقطه‌ای که $\angle GH = -۱۸۰$ است $۲۰\log|GH| < ۰$ است بنابراین:

$$۰ < |GH| < ۱ \to kg = \frac{۱}{|GH|} > ۱$$

بنابراین حد بهره مثبت است.

www.topsoal.ir

۱۴۰ـ گزینه «۲»

اگر معادلات حالات و معادلات خروجی را به شکل زیر در نظر بگیریم، تابع تبدیل سیستم برابر است با:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \xrightarrow{\text{لاپلاس گیری}} Sx(S) = Ax(S) + Bu(S) = (SI - A)x(S) = BU(S) & (*) \\ y = Cx + Du \xrightarrow{\text{لاپلاس گیری}} Y(S) = Cx(S) + Du(S) & (**) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} x(S) = (SI - A)^{-۱}BU(S) \xrightarrow{(**)} Y(S) = c[(SI - A)^{-۱}BU(S)] + DU(S)$$

$$\Rightarrow Y(S) = [C(SI - A)^{-۱} + D]U(S) \Rightarrow G(S)\frac{Y(S)}{U(S)} = C(SI - A)^{-۱}B + D$$

$$A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -۱ & -۱ \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} \text{ و } C = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \end{bmatrix} \text{ و } D = ۰$$

$$SI - A = S\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -۱ & -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & -۱ \\ ۱ & S+۱ \end{bmatrix}$$

$$(SI - A) = S(S+۱) + ۱ = S^۲ + S + ۱ \Rightarrow (SI - A)^{-۱} = \frac{۱}{|SI - A|} \times \begin{bmatrix} S+۱ & ۱ \\ -۱ & S \end{bmatrix}$$

$$(SI - A)^{-۱} = \begin{bmatrix} \frac{S+۱}{S^۲ + S + ۱} & \frac{۱}{S^۲ + S + ۱} \\ \frac{-۱}{S^۲ + S + ۱} & \frac{S}{S^۲ + S + ۱} \end{bmatrix}$$

$$\frac{Y(S)}{U(S)} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{S+۱}{S۲ + S + ۱} & \frac{۱}{S^۲ + S + ۱} \\ \frac{-۱}{S^۲ + S + ۱} & \frac{S}{S^۲ + S + ۱} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} + ۰ = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{۱}{S^۲ + S + ۱} \\ \frac{S}{S^۲ + S + ۱} \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{۱}{S^۲ + S + ۱}$$

www.topsoal.ir

۱۴۱ـ گزینه «۲»

از رابطه مستقل از زمان برای سرعت و شتاب داریم:

$$vdv = adx \Rightarrow vdv = (-kx^{۲})dx \rightarrow \int_{v_{\circ}}^{\circ} vdv = -k\int_{x=\circ}^{x\,max} x^{۲}dx$$

$$[\frac{۱}{۲}v^{۲}]_{v_{\circ}}^{\circ} = \frac{-k}{۳}[x^{۳}]_{\circ}^{x\,max} \Rightarrow \frac{۱}{۲}v_{\circ}^{۲} = \frac{k}{۳}x_{max}^{۳}$$

$$k = \frac{۳}{۲}\frac{v_{\circ}^{۲}}{x_{max}^{۳}}$$

با توجه به رابطه‌ای که برای شتاب در تست داده شده است می‌توان واحد k را بدست آورد که $[\frac{۱}{ms^{۲}}]$ می‌باشد و گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شوند.

۱۴۲ـ گزینه «۳»

$$\begin{cases} V_P = V_B + V_{\frac{P}{B}} \\ V_P = V_A + V_{\frac{P}{A}} \end{cases} (۱) \rightarrow V_B + V_{\frac{P}{B}} = V_A + V_{\frac{P}{A}} \quad (۲) \quad , \quad V_A = ۲j \quad , \quad V_B = ۳i$$

$$V_{\frac{P}{B}} = \bar{V}_{\frac{P}{B}}(-\cos ۶۰ i + \sin ۶۰ j) \quad , \quad V_{\frac{P}{A}} = \bar{V}_{\frac{P}{A}} i$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در (۲)}} ۳i - ۰/۵\bar{V}_{\frac{P}{B}} i + ۰/۸۷\bar{V}_{\frac{P}{B}} j = ۲j + \bar{V}_{\frac{P}{A}} i$$

$$\begin{cases} V_{\frac{P}{B}} = ۲/۳۱ \\ V_{\frac{P}{A}} = ۱/۸۴ \end{cases} \xrightarrow{(۱)} V_P = ۲j + ۱/۸۴i \rightarrow V_P = \sqrt{۲^{۲} + ۱/۸۴^{۲}} = ۲/۷۲\frac{m}{s}$$

www.topsoal.ir

۱۴۳ـ گزینه «۴»

$$\sum F_n = ma_n \rightarrow -mg\cos\theta + N = m(\frac{-v^2}{R}) \qquad (1)$$

هنگام ترک و جدایش گلوله از سطح، $N = 0$ (نیروی عمود وارد برسطح) می‌شود و از رابطهٔ انرژی داریم:

$$\Delta U = \Delta T$$

$$mgR(1-\cos\theta) = \frac{mV^2}{R} \rightarrow V^2 = 2gR(1-\cos\theta)$$

$$\xrightarrow{\text{از رابطه (۱)}} -mg\cos\theta = -\frac{mV^2}{R} = -\frac{m}{R}(2gR(1-\cos\theta))$$

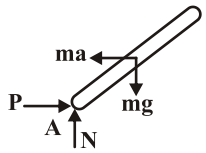
$$\rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}$$

۱۴۴ـ گزینه «۱»

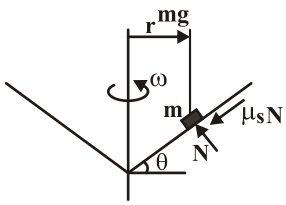
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \frac{mgL}{2}\cos\theta - ma\frac{L}{2}\sin\theta = 0$$

$$a = 10\frac{m}{s^2}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow p - ma = 0 \rightarrow p = ma = 4\times 10 = 40N$$



۱۴۵ـ گزینه «۲»



$$\begin{cases} N\cos\theta - \mu N\sin\theta = mg \\ \mu N\cos\theta + N\sin\theta = mr\omega^2 \end{cases} \rightarrow \frac{\mu\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta} = \frac{r\omega^2}{g}$$

$$\Rightarrow \omega = [(\frac{g}{r})(\frac{\mu\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta})]^{\frac{1}{2}}$$

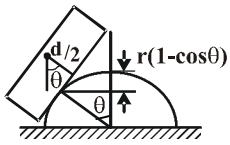
اگر از این مقدار بیشتر باشد جسم به بیرون پرتاب می‌شود پس حداکثر مقدار ω می‌باشد.

و همچنین چون در صورت سؤال گفته شده است که ذره به بیرون پرتاب نشود باید در جهت اعمال نیروی اصطکاک $(\mu_s N)$ دقت کرد.

www.topsoal.ir

۱۴۶ـ گزینه «۲»

با انحراف سیستم به انداه θ، برای انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم داریم:



$$T=\frac{۱}{۲}I_o\dot{\theta}^۲$$

$$I_o=I_{CG}+m[(\frac{d}{۲})^۲+(r\theta)^۲]$$

$$T=\frac{۱}{۲}[\frac{۱}{۱۲}m(d^۲+L^۲)+m(\frac{d^۲}{۴}+r^۲\theta^۲)]\dot{\theta}^۲ \Rightarrow T=\frac{m}{۲۴}[۴d^۲+L^۲+۱۲r^۲\theta^۲]\dot{\theta}^۲$$

و $U=mg\Delta h$, $\Delta h=\frac{d}{۲}\cos\theta+r\theta\sin\theta-r(۱-\cos\theta)-\frac{d}{۲}=r\theta\sin\theta-(r+\frac{d}{۲})(۱-\cos\theta)$

$$\frac{d}{dt}(T+U)=۰ \rightarrow \frac{d}{dt}[\frac{m}{۲۴}[۴d^۲+L^۲+۱۲r^۲\theta^۲]\dot{\theta}^۲+mg[r\theta\sin\theta-(r+\frac{d}{۲})(۱-\cos\theta)]]=۰$$

$\theta^۲\dot{\theta}^۲=۰$ نوسانات کوچک و $\sin\theta=\theta$ و $۱-\cos\theta=\frac{\theta^۲}{۲}$ $\rightarrow \frac{d}{dt}[\frac{m}{۲۴}[۴d^۲+L^۲]\dot{\theta}^۲+mg(r-\frac{d}{۲})\frac{\theta^۲}{۲}]=۰$

$$\Rightarrow \frac{m}{۱۲}[۴d^۲+L^۲]\ddot{\theta}+mg(r-\frac{d}{۲})\theta=۰ \Rightarrow \omega_n=\sqrt{\frac{۱۲g(r-\frac{d}{۲})}{۴d^۲+L^۲}}$$

۱۴۷ ـ گزینه «۲»

با توجه به داده‌های مساله داریم:

$$\sum M_o=۰$$

$$cL^۲\dot{\theta}+k\frac{L}{۲}\theta\cdot\frac{L}{۲}+\frac{۱}{۳}mL^۲\ddot{\theta}=۰$$

$$\frac{k}{۴}\theta+\frac{m}{۳}\ddot{\theta}+c\dot{\theta}=۰$$

$$C_c=۲\sqrt{km}=۲(\sqrt{(\frac{k}{۴})(\frac{m}{۳})}=\sqrt{\frac{km}{۳}}$$

www.topsoal.ir

۱۴۸- گزینه «۱»

انرژی پتانسیل دو سیستم برابر می‌باشد، پس انرژی‌های جنبشی را مقایسه می‌کنیم:

$$U_۱ = U_۲ = mgL(۱-\cos\theta)$$

$$(\text{weld})\ \text{جوش}\quad T_۱ = \frac{۱}{۲}m(L\theta)^۲ + \frac{۱}{۲}I_c\dot{\theta}^۲$$

$$(\text{hinge})\ \text{لولا}\quad T_۱ = \frac{۱}{۲}m(L\dot{\theta})^۲$$

درنتیجه:

$$T_{weld} > T_{hinge} \Rightarrow \omega_{۱_{weld}} < \omega_{۲_{hinge}}$$

نکته تستی:

$$\omega_n^۲ = \frac{\text{انرژی پتانسیل}}{\text{انرژی جنبشی}} \qquad \omega_n \alpha \frac{۱}{\text{انرژی جنبشی}}$$

۱۴۹- گزینه «۴»

روش تشریحی:

$$x(t) = A\sin(\omega_n t - \Psi) + x_\circ \sin(\omega t - \phi) \qquad \omega_n = ۵\ ,\ \omega = ۱\circ\ ,\ C = \circ \Rightarrow \phi = \circ$$

$$\begin{cases} x(t) = A\sin(۵t - \Psi) + X_\circ \sin ۱\circ t \\ \dot{x}(t) = ۵A\cos(۵t - \Psi) + ۱\circ X_\circ \cos ۱\circ t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(\circ) = \circ \\ \dot{x}(\circ) = \circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\sin\Psi = \circ \rightarrow \Psi = \circ \\ ۵A\cos\Psi + ۱\circ X_\circ = \circ \rightarrow A = -۲X_\circ \end{cases}$$

$$X_\circ = \frac{\frac{F_\circ}{k}}{۱-(\frac{\omega}{\omega_n})^۲} = \frac{\frac{F_\circ}{k}}{۱-۴} = \frac{-F_\circ}{۳k} \Rightarrow A = \frac{۲F_\circ}{۳k}$$

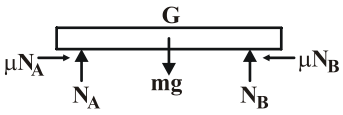
$$x(t) = \frac{۲F_\circ}{k}\sin\ \ t - \frac{F_\circ}{k}\sin\ \circ t$$

روش تستی:

در روش تستی سریع از جاگذاری شرایط مرزی استفاده می‌کنیم.

www.topsoal.ir

۱۵۰- گزینه «۱»



$$\sum F_x = m\ddot{x}$$
$$\mu_k N_A - \mu_k N_B = m\ddot{x} \qquad (۱)$$

$$\sum F_y = ۰$$
$$N_A + N_B = mg \qquad (۲)$$

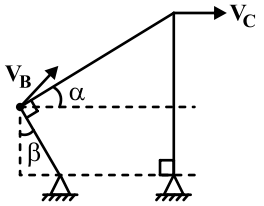
$$\sum M_A = ۰ \rightarrow aN_B - (\frac{a}{۲} + x)mg = ۰ \qquad (۳)$$

با محاسبه N_B و N_Aها از ۳ و ۲ و قرار دادن در رابطه ۱ داریم:

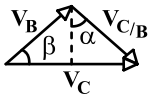
$$\ddot{x} + \frac{۲\mu_k g}{a}x = ۰ \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{۲\mu_k g}{a}}$$

۱۵۱- گزینه «۴»

$$|\vec{V}_B| = \overline{AB} \times \omega \Rightarrow$$



=

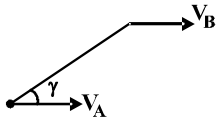


$$\frac{V_B}{\sin(۹۰ - \alpha)} = \frac{V_{\frac{C}{B}}}{\sin\beta} \Rightarrow V_{\frac{C}{B}} = \frac{\sin\beta}{\cos\alpha} \times V_B$$

$$V_{\frac{C}{B}} = \overline{BC} \times \omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{\frac{\sin\beta}{\cos\alpha} \times V_B}{\overline{BC}} = \frac{\frac{\sin\beta}{\cos\alpha} \times \overline{AB} \times \omega}{\overline{BC}} = \frac{۱}{۲}\omega\frac{\sin\beta}{\cos\alpha}$$

www.topsoal.ir

۱۵۲ـ گزینه «۱»

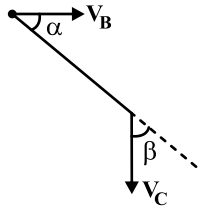


در مورد خط انتقال AB، سرعت در امتداد آن باید یکی باشد

چون امتداد سرعت هر دو چرخ‌دنده در یک امتداد هستند پس $V_B = V_A = ۲\frac{cm}{s}$

در مورد خط انتقال BC و با توجه به جهت حرکت آنها خواهیم داشت

$$V_B \cos\alpha = V_c \cos\beta \Rightarrow$$



$$V_C = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \times V_B = \frac{\cos ۶۰^\circ}{\cos ۳۰^\circ} \times ۲\frac{cm}{s}$$

$$V_C = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \times ۲ = \frac{۲}{\sqrt{۳}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}\ \frac{cm}{s}$$

۱۵۳ ـ گزینه «۴»

رابطه روبرو در این سیستم چرخ‌دنده‌ای برقرار است.

$$\frac{\omega_A - \omega_{arm}}{\omega_B - \omega_{arm}} = -\frac{N_B}{N_A}$$

با جایگذاری سرعت‌های زاویه‌ای در فرمول:

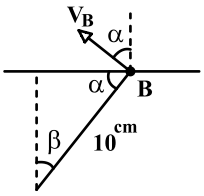
$$\frac{۵ - \omega_{arm}}{۲ - \omega_{arm}} = \frac{-۴۰}{۲۰} \Rightarrow ۵ - \omega = -۴ + ۲\omega \Rightarrow ۳\omega_{arm} = ۹$$

$$\rightarrow \omega_{arm} = ۳\frac{rad}{s}$$

چون عدد بدست آمده مثبت است و از آنجایی که علامت جهت حرکت عقربه‌های ساعت را مثبت گرفتیم پس در جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کند.

www.topsoal.ir

۱۵۴ـ گزینه «۱»



$$V_B = ۱۰cm \times ۱۲ = ۱۲۰ \frac{cm}{s}$$

$$\beta = ar\sin\frac{۵}{۱۰} \Rightarrow \beta = ۳۰^\circ \ , \Rightarrow \alpha = ۶۰^\circ$$

$$V \quad = V_B \cos\alpha = ۱۲۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۶۰\sqrt{۳}$$

۱۵۵ ـ گزینه «۴»

برای بالانس نیروهای اولیه

$$\begin{cases} \sum \cos\phi_i = \cos\circ + \cos ۴۵^\circ \neq \circ \\ \sum \sin\phi_i = \sin\circ + \sin ۴۵^\circ \neq \circ \end{cases}$$

بالانس نیروهای ثانویه

$$\begin{cases} \sum \cos ۲\phi_i = \cos\circ + \cos ۹۰ \neq \circ \\ \sum \sin ۲\phi_i = \sin\circ + \sin ۹۰ \neq \circ \end{cases}$$

۱۵۶ ـ گزینه «۲»

با توجه به اینکه اغتشاشات ورودی $D_۱$ و $D_۲$ در خروجی خطا ایجاد می‌کنند، بنابراین باید مجموع خروجی‌های ناشی از دو ورودی اغتشاش صفر شود. پس خروجی‌های سیستم برای $D_۱$ و $D_۲$ را داریم:

$$C(S) = \frac{G(S)}{۱+KG(S)} D_۱(S) + \frac{-KG(S)}{۱+KG(S)} D_۲(S)$$

$$C(S) = \frac{\frac{\alpha}{S}G(S) - \frac{\beta}{S}KG(S)}{۱+KG(S)} = \frac{(\alpha - \beta k)}{S(۱+KG(S))} G(S)$$

برای اینکه خروجی $C(S)$ صفر شود باید:

$$\Rightarrow \alpha = \beta k$$

www.topsoal.ir

۱۵۷- گزینه «۳»

از روش راوث داریم:

به سطر با درایه‌های صفر رسیدیم، بنابراین از معادلهٔ کمکی باید استفاده کنیم:

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 10 & 24 \\ s^3 & 5 & 20 & \\ s^2 & 6 & 24 & \\ s^1 & 0 & & \\ s^0 & & & \end{array}$$

می‌توان از دو روش استفاده کرد، یکی اینکه جدول را ادامه دهیم و دیگر اینکه معادله مشخصه را به معادله کمکی تقسیم کرده و دو ریشه دیگر را بیابیم:

چون متغیر علامتی نداریم و سطر صفر نداریم دو ریشه دیگر در سمت چپ محور $j\omega$ می‌باشد. $\Leftarrow$ گزینه ۳ صحیح می‌شود.

روش دیگر:

$$S^4+5s^3+10s^2+20s+24 \;\Big|\; s^2+4$$

$$s^2+5s+6$$

$$(s^2+5s+6)=0 \rightarrow \begin{cases} s=-2 \\ s=-3 \end{cases} \rightarrow \text{دو ریشه در سمت چپ}$$

۱۵۸- گزینه «۳»

در این تست اگر تک تک و جزبه‌جزء ریشه‌ها و نمودارها را پیدا کنیم و زوایای هرکدام را محاسبه کنیم وقت بسیار طولانی می‌گیرد و تنها با توجه به شکل گزینه‌ها در می‌یابیم که اگر زاویه ورودی به صفرهای مختلط را محاسبه کنیم برای تعیین پاسخ صحیح کافی است:

$$\left.\begin{array}{l} \text{صفرها}: \; S_{1,2}=0/5\pm 0/5j \\ \text{قطب‌ها}: \; S=0,0,0,-4 \end{array}\right\} \theta_m=-180-[\sum(\text{زاویه صفرها})-\sum(\text{زاویه قطب‌ها})]\rightarrow$$

$$\theta_m=-180-[90-(3\times 135+\tan\frac{0/5}{(4-0/5)})]=-180+405-90+8=143^\circ \rightarrow \text{گزینه ۲}$$

www.topsoal.ir

۱۵۹ـ گزینه «۳»

برای محاسبه x باید قسمت حقیقی تابع تبدیل را در فرکانس $\omega = 0$ تعیین کنیم:

$$G(s)H(S) = \frac{1}{s^3 + (p_1 + p_2)s^2 + p_1 p_2 s}$$

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{1}{-j\omega^3 - (p_1 + p_2)\omega^2 + p_1 p_2 j\omega} = \frac{1}{-\omega^2(p_1 + p_2) + j\omega(p_1 p_2 - \omega^2)} = \frac{-\omega^2(p_1 + p_2) - j\omega(p_1 p_2 - \omega^2)}{\omega^4(p_1 + p_2)^2 + \omega^2(p_1 p_2 - \omega^2)^2}$$

$$Re[G(j\omega)H(j\omega)] = \frac{-\omega^2(p_1 + p_2)}{\omega^4(p_1 + p_2)^2 + \omega^2(p_1 p_2 - \omega^2)^2} = \frac{-(p_1 + p_2)}{\omega^2(p_1 + p_2)^2 + (p_1 p_2 - \omega^2)^2}$$

$$\omega = 0 \rightarrow X = Re[G(j\omega H(j\omega)] = \frac{-(p_1 + p_2)}{(p_1 p_2)^2} \rightarrow \text{گزینه ۳}$$

۱۶۰ـ گزینه «۲»

اگر جابجایی فنر k_1 را x_1 و k_2 را x_2 بنامیم، معادلات حرکت را داریم:

$$f(t) - k_1(X_1 - Y) = 0 \rightarrow F(s) - k_1(X_1 - Y) = 0 \quad (1)$$

$$k_1(X_1 - Y) - k_2(Y - X_2) - B(\dot{Y} - \dot{X}_2) = 0 \rightarrow k_1(X_1 - Y) - (k_2 + BS)(Y - X_2) = 0 \quad (2)$$

$$k_2(Y - X_2) + BS(Y - X_2) - X_2 k_3 = 0 \rightarrow (k_2 + BS)Y - (k_2 + BS)X_2 - X_2 k_2 = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow X_2(k_3 + k_2 + BS) = (k_2 + BS)Y \rightarrow X_2 = \frac{(k_2 + BS)Y}{(k_2 + k_3 + BS)} \quad (4)$$

$$\xrightarrow{1,2} k_1(x_1 - Y) - (k_2 + BS)Y + \frac{(k_2 + BS)(k_2 + BS)}{(k_2 + k_3 + BS)} = 0$$

$$\rightarrow x_1 = \frac{Y(k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_1 BS + k_3 k_2 + k_3 BS)}{k_1(k_2 + k_3 + BS)} \quad (5)$$

$$\xrightarrow{5,1} F = -k_1 Y + \frac{Y(k_1 + k_2 k_2 k_1 k_3 + k_1 BS + k_3 k_2 + k_3 BS)}{k_2 + k_3 + BS}$$

$$\Rightarrow F = \frac{k_3(k_2 + BS)Y}{k_2 + k_3 + BS} \rightarrow \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{k_2 + k_3 + BS}{k_3(k_2 + BS)} \rightarrow \text{گزینه ۲}$$

www.topsoal.ir

۸۶۱ـ گزینه «۱»

$$v_1 = \sqrt{2gL} \quad , \quad v_2 = 0$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \Rightarrow m\sqrt{2gL} + 2m \times 0 = mv'_1 + 2mv'_2$$

$$v'_1 + 2v'_2 = \sqrt{2gL} \qquad (1)$$

برخورد از نوع الاستیک می‌باشد پس $e = 1$:

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2} \Rightarrow 1 = \frac{v'_2 - v'_1}{\sqrt{2gL} - 0} \Rightarrow v'_2 - v'_1 = \sqrt{2gL} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow v'_2 = \frac{2}{3}\sqrt{2gL}$$

www.topsoal.ir

۱۶۲ـ گزینه «۴»

$$\sum F = ma \Rightarrow -(c_1 + c_2 v^2) = ma \rightarrow a = \frac{-1}{m}(c_1 + c_2 v^2)$$

$$vdv = ads \Rightarrow ds = \int_{v_0}^{v} \frac{vdv}{F/m} \rightarrow S = -m\int_{v_0}^{0} \frac{vdv}{c_1 + c_2 v^2}$$

$$c_1 + c_2 v^2 = U \rightarrow 2c_2 vdv = du$$

$$s = \frac{-m}{2c_2} Ln \frac{c_1}{c_1 + c_2 v^2} = \frac{m}{2c_2} Ln \frac{c_1 + c_2 v^2}{c_1} \Rightarrow s = \frac{m}{2c_2} Ln(1 + \frac{c_2}{c_1} V_0^2)$$

۱۶۳ ـ گزینه «۲»

هر چقدر سختی فنر بیشتر باشد، حرکت جرم M کمتر خواهد بود و اگر $k \rightarrow \infty$، آنگاه سطح شیب‌دار M بصورت جسم صلب عمل می‌کند و در نتیجه انرژی جنبشی کمتری توسط انرژی پتانسیل گرانشی جذب می‌شود و انرژی جنبشی و در نتیجه سرعت جسم m بیشتر خواهد بود، پس در حالت ۲ سرعت بیشتر از حالت ۱ خواهد بود.

۱۶۴ ـ گزینه «۳»

ابتدا از قضیه سینوس‌ها در مثلث استفاده می‌کنیم.

$$\frac{\sin\theta}{x_B} = \frac{\sin(\pi - \beta)}{L} \qquad x_B = L\frac{\sin\theta}{\sin\beta}$$

$$\dot{x}_B = L\frac{\dot{\theta}\cos\theta}{\sin\beta} \quad ; \quad \dot{\theta} = \omega \quad ; \quad \dot{x}_B = V_B$$

$$\omega = \frac{V_B}{L}\frac{\sin\beta}{\cos\theta}$$

با مشتق‌گیری از سرعت زاویه‌ای می‌توانیم شتاب زاویه‌ای را بدست آوریم.

$$\alpha = \dot{\omega} = \frac{V_B}{L}\sin\beta\frac{\omega\sin\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\alpha = (\frac{V_B}{L})^2 \sin^2\beta . \frac{\sin\theta}{\cos^3\theta} = (\frac{V_B}{L})^2 \sin^2\beta \tan\theta(1 + \tan^2\theta)$$

www.topsoal.ir

۱۶۵ ـ گزینه «۳»

ابتدا شتاب زاویه‌ای سقوط میله در لحظه اول را بدست می‌آوریم:

$$\sum M_\circ = I_\circ \alpha \Rightarrow mg\frac{L}{۲} = [\frac{۱}{۱۲}mL^۲ + m(\frac{L}{۲})^۲]\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۳}{۲}\times\frac{g}{L}$$

سپس شتاب عمودی مرکز جرم میله:

$$a_{Gy} = \frac{L}{۲}\alpha = \frac{۳g}{۴}$$

معادله نیرویی در جهت عمودی:

$$mg - F_y = ma_{Gy} \Rightarrow F_y = \frac{mg}{۴}$$

۱۶۶ـ گزینه «۴»

از روابط انرژی داریم:

$$k.E. = \frac{۱}{۲}I\dot{\theta}^۲ = \frac{۱}{۲}(mL^۲ + \frac{۱}{۳}ML^۲)\dot{\theta}^۲$$

$$P.E. = mgL(۱-\cos\theta) + Mg\frac{L}{۲}(۱-\cos\theta)$$

$$\frac{d}{dt}(k.E + P.E) = \circ \Rightarrow (mL^۲ + \frac{ML^۲}{۳})\ddot{\theta} + (m + \frac{M}{۲})gL\theta = \circ$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{m + \frac{M}{۲}}{m + \frac{M}{۳}}(\frac{g}{L})}$$

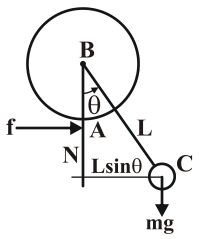
در روش تستی اگر در گزینه‌ها به جای M (جرم میله) صفر قرار دهیم باید ارتعاشات پاندول ساده که $\sqrt{\frac{g}{L}}$ است بدست آید؛ که تنها گزینه ۴ صدق می‌کند.

www.topsoal.ir

۱۶۷- گزینه «۲»

با توجه به این‌که حالت a، ویسکوز می‌باشد پس از حالت b که اصطکاک خشک است انرژی بیشتری را جذب کرده و در نتیجه گزینه ۲ صحیح است.

۱۶۸- گزینه «۱»



$$\sum T_A = I_A\ddot{\theta}$$

$$-mgL\sin\theta = I_A\ddot{\theta} \rightarrow I_A\ddot{\theta} + mgL\sin\theta = 0 \quad (1)$$

$$I_A = md^2 \ , \ d^2 = L^2 + r^2 - 2Lr\cos\theta$$

$$I_A = m(L^2 + r^2 - 2Lr\cos\theta)$$

زاویه کوچک پس $\cos\theta = 1$ آن‌گاه:

$$I_A = m(L-r)^2$$

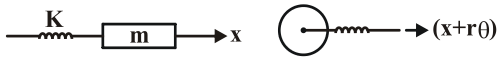
$$(1) \Rightarrow m(L-r)^2\ddot{\theta} + mgL\theta = 0 \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{gL}{(L-r)^2}}$$

۱۶۹- گزینه «۳»

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x} + r\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2) = m\dot{x}^2 + \frac{3}{4}mr^2\dot{\theta}^2 + m\dot{x}r\dot{\theta}$$

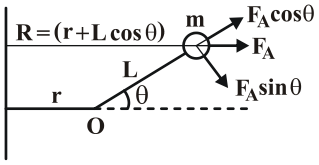
$$U = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k(x + r\theta)^2 = kx^2 + kxr\theta + \frac{1}{2}kr^2\theta^2$$

$$T + U = m\dot{x}^2 + \frac{3}{4}mr^2\dot{\theta}^2 + m\dot{x}r\dot{\theta} + kx^2 + kxr\theta + \frac{1}{2}kr^2\theta^2$$



www.topsoal.ir

۱۷۰- گزینه «۳»



با توجه به داده‌های مساله داریم:

$$\begin{cases} \sum F_R = ma_R \Rightarrow \sum F_R = m(\ddot{R} - R\omega^۲) = -mR\omega^۲ \\ \sum F_\theta = ma_\theta \Rightarrow m(R\dot{\omega} + ۲\dot{R}\omega) = ۰ \end{cases}$$

$$\sum M_o = I_o\ddot{\theta} \Rightarrow -(F_R \sin\theta)L = \frac{۱}{۲}mL^۲\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow -(mR\omega^۲)(\sin\theta)L = \frac{۱}{۲}mL^۲\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{۲\sin\theta}{L}\omega^۲(r + L\cos\theta) = ۰$$

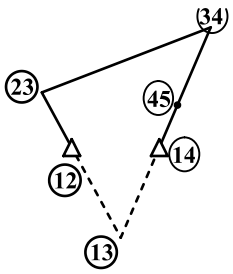
$$\Rightarrow \ddot{\theta} + ۲(\frac{r}{L} + \cos\theta)\omega^۲ \sin\theta = ۰ \Rightarrow \ddot{\theta} + ۲(\frac{r}{L} + ۱)\omega^۲\theta = ۰$$

$$\omega_n = \omega\sqrt{۲(\frac{r}{L} + ۱)}$$

$\cos\theta = ۱$

$\sin\theta = \theta$ زاویه کوچک

۱۷۱- گزینه «۱»



مرکز آنی دوران طبق قضیه کندی محل برخورد مراکز آنی ۱۲ - ۲۳ و ۱۴ و ۳۴ می‌باشد.

پس مطابق شکل روبرو، مرکز آنـی دوران ۱۳ محـل برخـورد امتـداد عضوهای ۲ و ۴ است.

۱۷۲- گزینه «۴»

$$\frac{\omega_G}{\omega_A} = \frac{N_A \times N_C \times N_E \times N_F}{N_B \times N_D \times N_F \times N_G}$$

با توجه به شکل جهت چرخ‌دنده G، هم‌جهت با A خواهد شد.

$$\rightarrow \frac{\omega_G}{\omega_A} = \frac{\overset{۱۳}{\cancel{۲۶}} \times ۲۸ \times \cancel{۲۴} \times \cancel{۴۲}}{۴۰ \times ۴۶ \times \cancel{۴۲} \times \underset{۲}{\cancel{۴۸}}} = \frac{۱۳ \times \overset{۷}{\cancel{۲۸}}}{\underset{۱۰}{\cancel{۴۰}} \times ۴۶} = \frac{۹۱}{۴۶۰}$$

$$\omega_G = ۱۲۰۰\frac{r}{min} \times \frac{۹۱}{۴۶۰} \simeq ۲۳۷/۴\frac{r}{min}$$

www.topsoal.ir

۱۷۳- گزینه «۳»

سرعت نقطه A از بادامک برابر است با:

$$V_A = V_{\text{خطی پیرو}} = ۶\frac{cm}{s}$$

$$\omega_{\text{بادامک}} = \frac{V_A}{\overline{OA}} = \frac{۶\frac{cm}{s}}{۳cm} = ۲\frac{rad}{s}$$

۱۷۴- گزینه «۴»

شماره لنگ	ϕ	$\cos\phi$	$\sin\phi$	.....
۱	۰	۱	۰	.....
۲	۱۸۰	−۱	۰	.....
۳	۱۸۰	−۱	۰	.....
۴	۰	۱	۰	.....

با محاسبه سری‌های زیر در مورد نیروها و گشتاورها:

نیروهای اولیه $\rightarrow \sum\cos\phi = \sum\sin\phi = ۰$ ✓

نیروهای ثانویه $\rightarrow \sum\cos ۲\phi \neq \sum\sin ۲\phi \neq ۰$ × $\sum\cos ۲\phi = ۴ \neq ۰$

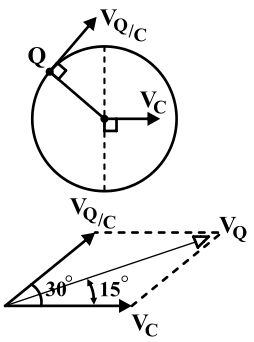
گشتاور اولیه $\rightarrow \sum a\cos\phi = \sum a\sin\phi = ۰$ ✓

گشتاور ثانویه $\rightarrow \sum a\cos ۲\phi \neq \sum a\sin ۲\phi \neq ۰$ × $\sum a\cos ۲\phi = ۶a \neq ۰$

در نهایت متوجه می‌شویم که نیروهای ثانویه و گشتاورهای ثانویه بالانس نمی‌باشند.

www.topsoal.ir

۱۷۵ ـ گزینه «۲»



$$V_C = R\omega \quad ; \quad V_{\frac{Q}{C}} = R\omega$$

مطابق شکل‌های ترسیم‌شده و توجه به اینکه اندازهٔ سرعتهای $V_{\frac{Q}{C}}$ و V_C یکی است پس قطر متوازی‌الاضلاع زاویه ۳۰° را نصف می‌کند در نتیجه زاویه بین V_Q و V_C ۱۵° است.

۱۷۶ ـ گزینه «۴»

$$\frac{y_۷}{y_۲} = \frac{\frac{y_۷}{y_۱}}{\frac{y_۲}{y_۱}}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{y_۷}{y_۱} &= \frac{G_۱G_۲G_۳G_۴(۱) + G_۱G_۵(۱+G_۳H_۲)}{\Delta} \\ \frac{y_۲}{y_۱} &= \frac{۱(۱+G_۳H_۲+H_۴+G_۳H_۲H_۴)}{\Delta} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{y_۷}{y_۲} = \frac{G_۱G_۲G_۳G_۴ + G_۱G_۵(۱+G_۳H_۲)}{۱+G_۳H_۲+H_۴+G_۳H_۲H_۴}$$

۱۷۷ ـ گزینه «۳»

با توجه به وجود قطب ناپایدار $s = ۲$ و تاثیر آن بر آغاز پاسخ که باعث ایجاد فروجهش (under shoot) می شود، گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست هستند.

$$T(s) = \frac{G(s)}{۱+GH(s)} = \frac{۲-s}{s^۲+۳s+۲}$$

$$\begin{cases} \omega_n^۲ = ۲ \\ ۲g\omega_n = ۳ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{۲} \\ g = \frac{۳}{۲\sqrt{۲}} > ۱ \end{cases}$$

با توجه به این‌که g بدست امده پاسخ بعد از حالت گذرا فروجهش شده و گزینه ۳ صحیح می‌شود.

www.topsoal.ir

۱۷۸ـ گزینه «۴»

شرط زاویه و اندازه را بررسی می‌کنیم.

$$\angle G(s)H(s) = -۱۸۰$$

$$G(s)H(s) = \frac{۱}{(s+۱)(s^۲+as+b)} \qquad s=-۱+j \rightarrow \angle G(s)H(s) = -۱۸۰$$

$$\Rightarrow \angle[\frac{۱}{j[b-a+(a-۲)j]}] = -۱۸۰ \rightarrow [۹۰+\tan^{-۱}\frac{a-۲}{b-a}] = ۱۸۰$$

$$\rightarrow \tan^{-۱}\frac{a-۲}{b-a} = ۹۰ \rightarrow b=a:$$

گزینه ۳ یا ۴ صحیح است

$$|GH|_{j=-۱+j} = ۱ \rightarrow |\frac{۱}{j[b-a+(a-۲)j]}| = ۱ \rightarrow \sqrt{(b-a)^۲+(a-۲)^۲} = ۱$$

۱۷۹ ـ گزینه «۳»

با اعمال ورودی سیستم داریم:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}(-[k_۱ k_۲]x) \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱-k & -k_۲ \end{bmatrix} x$$

معادله مشخصه: $|SI-A| = \begin{vmatrix} s & -۱ \\ -(۱-k_۱) & s+k_۲ \end{vmatrix} = s(s+k_۲)-(۱-k_۱) = ۰$

$g = ۰/۵$ و $\omega_n = ۱$:

$$s^۲+k_۲s+(k_۱-۱) \equiv s^۲+۲g\omega_n s+\omega_n^۲ = s^۲+۲\times ۰/۵\times ۱\times s+۱^۲$$

$$\begin{cases} k_۲ = ۱ \\ k_۱ = ۲ \end{cases} \rightarrow$$ گزینه ۳

www.topsoal.ir

۱۸۰ـ گزینه «۳»

در گزینه ۱ پاسخ‌گذاری سیستم تغییر نمی‌یابد و رفتار خطای آن بهبود می‌یابد.

در گزینه ۲ پاسخ‌دهی افزایش می‌یابد.

گزینه ۳ صحیح می‌باشد زیرا به علت تزریق فاز منفی توسط جبران کننده حد فاز سیستم کاهش می‌یابد.

در گزینه ۴ بیشترین فراجهش کمتر می‌گردد.

www.topsoal.ir

۱۸۱- گزینه «۴»

$$V_\circ = ۷۲\frac{km}{hr} = ۲۰\frac{m}{s}$$

بدون قفل شدگی چرخ‌ها:

$$\sum F_x = \mu w \Rightarrow a = \mu g$$

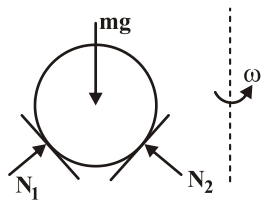
$$V^۲ - V_\circ^۲ = ۲ax \rightarrow X_{min} = \frac{V_\circ^۲}{۲a} \Rightarrow X_{min} = \frac{۲۰^۲}{۲\times۱\times۱۰} = ۲۰m$$

در حالت قفل‌شدگی چرخها:

$$V^۲ - V_\circ^۲ = ۲ax \Rightarrow X_{locked} = \frac{۲۰^۲}{۲\times۸\times۱} = \frac{۴۰۰}{۴\times۴\times۱} = ۲۵m$$

$$\frac{X_{min}}{X_{locked}} = \frac{۲۰}{۲۵} = \frac{۴}{۵} = ۰/۸ \rightarrow$$ گزینه ۴

۱۸۲ - گزینه «۴»



$$\omega = ۳۰\times\frac{۲\pi}{۶۰} = \pi$$

$$\begin{cases}\sum F_y = \circ \quad (N_۱ + N_۲)\cos ۳۰ = mg \\ \sum F_x = \circ \rightarrow (N_۱ - N_۲)\sin ۳۰ = mr\omega^۲\end{cases} \rightarrow \begin{cases}N_۱ + N_۲ = \frac{۴۰}{\cos ۳۰} \\ N_۱ - N_۲ = \frac{۹}{\sin ۳۰}\end{cases}$$

$$۲N_۱ = \frac{۴۰}{\cos ۳۰} + ۱۸ \Rightarrow \begin{cases}N_۱ = ۳۴N \\ N_۲ = ۱۶N\end{cases} \rightarrow$$ گزینه ۴

www.topsoal.ir

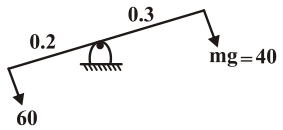
۱۸۳ - گزینه «۳»

$$U = \Delta T \Rightarrow p \times d_1 - mg \times d_2 = \frac{1}{2} m v^2$$

p مسیر دایروی به قطر ۰/۲ را طی می‌کند پس

$$d_1 = 0/2 \times \frac{\pi}{2} = 0/1\pi$$

$$d_2 = 0/3$$



$$\Rightarrow 60 \times 0/1\pi - 40 \times 0/3 = 2v^2 \rightarrow v = \sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

۱۸۴ - گزینه «۴»

از قانون پایداری اندازهٔ حرکت داریم:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \rightarrow v_1 = v_1' + v_2' \qquad (1)$$

با توجه به این که برخورد پلاستیک فرض شده $(e = 0)$ داریم:

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2} = 0 \Rightarrow v_2' = v_1' \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{1,2} v_1' = \frac{v_1}{2} \quad , \quad v_2' = \frac{v_1}{2} \qquad (3)$$

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} \quad , \quad v_1' = \sqrt{2gh_2} = \sqrt{2gL(1-\cos\beta)}$$

$$\xrightarrow{(3)} \sqrt{2gL(1-\cos\beta)} = \frac{\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}}{2} \rightarrow \cos\beta = \frac{\cos\theta - 1}{4} + 1$$

۱۸۵ - گزینه «۴»

$$x = \frac{FL^3}{3EI} \rightarrow F = \frac{3EI}{L^3} x \Rightarrow k_b = \frac{3EI}{L^3}$$

به جای L مقدار αL را قرار می‌دهیم.

$$k_b = \frac{3EI}{\alpha^3 L^3}$$

از قانون بقای انرژی داریم:

$$k.E = p.E \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k_b x^2 \quad , \quad v = \sqrt{2gh}$$

$$m(2gh) = \frac{3EI}{\alpha^3 L^3} X^2 \Rightarrow X = \sqrt{\frac{2mgh\alpha^3 L^3}{3EI}}$$

www.topsoal.ir

۱۸۶ - گزینه «۳»

$$m\ddot{x} = \sum F_x$$

$$(LA\rho)\ddot{x} = -۲(Ax\rho g)$$

$$\ddot{x} + \frac{۲g}{L}x = ۰ \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{۲g}{L}}$$

۱۸۷- گزینه «۳»

با توجه به نمودارهای اختلاف فاز، دامنه و ضریب بزرگنمایی بر اساس $\frac{\omega}{\omega_n}$ می‌توان گزینه ۳ را انتخاب کرد زیرا در صورتی‌که $\frac{\omega}{\omega_n} < ۱$ باشد اختلاف فاز با افزایش میرایی زیاد می‌شود.

در مورد گزینه ۲ نیز داریم:

$\frac{\omega}{\omega_n} = ۱$ تشدید $\Rightarrow$ ماکزیمم دامنه

$\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{۱ - ۲\xi^۲} \leq ۱$ محل ماکزیمم منحنی

www.topsoal.ir

۱۸۸ـ گزینه «۴»

برای حل از روش انرژی داریم:

$$E=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2+\frac{1}{k}x^2$$

چون مسئله را نسبت به انتهای میله که به فنر وصل است حل می‌کنیم لذا حرکت انتقالی نداریم پس:

$$\frac{1}{2}mV^2=0$$

$$E=\frac{1}{2}[\frac{1}{3}mb^2]\omega^2+\frac{1}{2}kx^2$$

$$E=\frac{1}{6}mb^2[\frac{4V^2}{b^2}]+\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow E=\frac{2}{3}mV^2+\frac{1}{2}kx^2$$

درنتیجه:

$$\frac{dE}{dt}=0 \Rightarrow \frac{4}{3}mV\ddot{x}+kVx=0 \Rightarrow \ddot{x}+\frac{3k}{4m}x=0$$

$$\omega=\sqrt{\frac{3k}{4m}}\ ,\ T=2\pi\sqrt{\frac{m}{3K}}$$

۱۸۹ـ گزینه «۲»

فرکانس‌های طبیعی یک تار برابرند با:

$$\omega_n=\frac{n\pi c}{L} \quad \text{و} \quad c=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

که T ضریب کشسانی تار و ρ چگالی تار بر واحد طول و برای مودهای ارتعاشی داریم:

$$f_n=\sin\frac{n\pi}{L}x\ ,\ n=1,2,...,\infty$$

فرکانس‌های طبیعی یک تیر دو سر لولا برابرند با:

$$\omega_n=\frac{n^2\pi^2c^2}{L^2} \quad \text{و} \quad c=\sqrt[4]{\frac{EI}{\rho}}$$

که در آن E مدول الاسیسیته و I ممان مقطع و ρ چگالی تیر بر واحد طول می‌باشد و برای مودها داریم:

$$f_n(x)=\sin\frac{n\pi}{L}x\ ,\ n=1,2,...,\infty$$

سپس مودها یکسان و فرکانس ها متفاوت می‌باشند.

www.topsoal.ir

۱۹۰- گزینه «۱»

برای این‌که سیستم دی‌کوپله شود باید گشتاورهای ناشی از جابجایی فنرها حول مرکز نشان داده شده صفر شود پس داریم:

$$k_۱ \times ۳L = k_۲ L \Rightarrow k_۱ = \frac{k_۲}{۳}$$

۱۹۱- گزینه «۳»

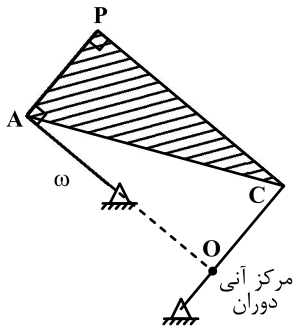
$$DOF = ۳(n-۱) - ۲f_۱ - f_۲$$

که تعداد عضوها $n = ۶$ است، تعداد اتصالات $f_۱$ برابر با ۵ تا و تعداد اتصالات برابر ۲ است پس:

$$DOF = ۳(۶-۱) - ۲(۵) - ۲ = ۱۵ - ۱۰ - ۲ = ۳$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۹۲- گزینه «۳»



$$\text{قطر مستطیل نشان داده شده} = \sqrt{۳۰^۲ + ۴۰^۲} = ۵۰\text{cm}$$

$$\frac{V_P}{\text{قطر مستطیل}} = \frac{V_A}{\text{ضلع بزرگ مستطیل}} = \frac{V_P}{\overline{OP}} = \frac{V_A}{\overline{OA}}$$

$$\rightarrow V_P = \frac{\overline{OP}}{\overline{OA}} \times V_A = \frac{۵۰}{۴۰} \times ۸ \frac{cm}{s} \Rightarrow V_P = ۱۰ \frac{cm}{s}$$

۱۹۳- گزینه «۴»

با توجه به شکل داریم:

$$\frac{\omega_۲ - \omega_۶}{\omega_۵ - \omega_۶} = -\frac{N_۳ N_۵}{N_۲ N_۴} = -\frac{۴۵ \times ۴۸}{۱۲۰ \times ۱۸} = -۱$$

$$\rightarrow \frac{۵۰۰ - \omega_۶}{۳۰۰ - \omega_۶} = -۱ \Rightarrow ۵۰۰ - \omega_۶ = \omega_۶ - ۳۰۰$$

$$\Rightarrow ۲\omega_۶ = ۸۰۰ \rightarrow \omega_۶ = ۴۰۰ \text{ rpm CCW}$$ خلاف جهت عقربه‌های ساعت

www.topsoal.ir

۱۹۴ ـ گزینه «۳»

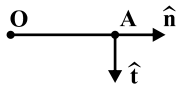
نیروهای اولیه بالانس می‌باشد. $\sum \cos\phi = \sum \sin\phi = ۰$

نیروهای ثانویه بالانس می‌باشد. $\sum \cos ۲\phi = \sum \sin ۲\phi = ۰$

گشتاور اولیه بالانس نمی‌باشد. $\sum a\cos\phi \neq \sum a\sin\phi \neq ۰$

گشتاور ثانویه بالانس می‌باشد. $\sum a\cos ۲\phi = \sum a\sin ۲\phi \neq ۰$

۱۹۵ ـ گزینه «۲»



$$a_{\frac{A}{O}} = -\overline{AO}\,\omega^۲\hat{n} + \overline{AO}\,\alpha\hat{t} = -۴۰\hat{i} + ۱۰\hat{j}$$

$$\hat{n} = \hat{i} \quad , \quad \hat{t} = -\hat{j} \Rightarrow a_{\frac{A}{O}} = -۱۰\omega^۲\hat{i} - ۱۰\alpha\hat{j} = -۴۰\hat{i} + ۱۰\hat{j}$$

$$\rightarrow a = \begin{cases} -۱۰\omega^۲ = -۴۰ \rightarrow \omega^۲ = ۴ \rightarrow \omega = ۲\dfrac{rad}{s} \\ -۱۰\alpha = ۱۰ \rightarrow \alpha = -۱ \rightarrow \alpha = -۱\dfrac{rad}{s} \end{cases}$$

$$a_\circ = r\alpha\hat{i} - r\omega^۲\hat{j} = -۱۰\hat{i} - ۴۰\hat{j}$$

www.topsoal.ir

۱۹۶ ـ گزینه «۳»

نمودار با شیب $20\frac{db}{dec}$ شروع شده است، بنابراین یک صفر در مبدا داریم، شیب در ω_1 صفر شده و در ۵ برابر $-40\frac{db}{dec}$ شـده بنـابراین یـک قطب در ω_1 و یک قطب مضاعف در $\omega = 5$ داریم. پس:

$$g(s) = \frac{ks}{(1+\frac{1}{\omega_1}s)(1+\frac{1}{5}s)^2}$$

با توجه به معادله خط لگاریتمی داریم:

$$X = X_0 + m\log\frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow 12 = 0 + 20\log\frac{\omega_1}{0/5} \rightarrow \omega_1 = 2$$

حال برای پیدا کردن ضریب بهره k یکی از نقاط مشخص نمودار را در تابع تبدیل جایگذاری می کنیم:

$$20\log g(j\omega)_{\omega=0/5} = 0dB \rightarrow |g(j\omega)_{\omega=0/5}| = \rightarrow \left|\frac{k(0/5j)}{(1+0/25j)(1+0/1j)^2}\right| = 1$$

$$\Rightarrow k = 2 \rightarrow g(s) = \frac{2s}{(1+0/5s)(1+0/2s)^2}$$

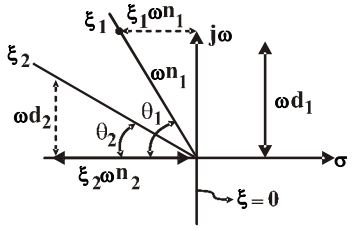
۱۹۷ ـ گزینه «۲»

با توجه به منحنی نایکوئیست داریم:

$$C_{ss} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{G(0)}{1+G(0)} = \frac{3}{1+3} = \frac{3}{4} = 0/75\,s$$

۱۹۸ ـ گزینه «۴»

رابطه بین ریشه‌های معادله مشخصه و ω_d و ω_n برای یک سیستم مرتبه دو در صفحه تصورت زیر می‌باشد:



$$\xi = \cos\theta \ , \ \xi_2 > \xi_1 \ , \ \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

پس با توجه به شکل سوال داریم:

$$\omega_n = \frac{1}{\cos 45} = \sqrt{2}$$

www.topsoal.ir

اگر ω_n را شعاع دایره درنظر بگیریم،تمامی نقاطی که در ناحیه هاشور خورده می‌باشند دارای $\omega_n < \sqrt{۲}$ هستند. نـواحی هاشـور خـورده دارای $\xi > \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ می‌باشند.

$$\xi = \cos ۴۵ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

پس: $\omega_n \le \sqrt{۲}\ ,\ \ \xi \ge \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ گزینه ۴ صحیح است

۱۹۹ ـ گزینه «۳»

طبق فرمول تابع تبدیل داریم:

$$G(s) = C(sI - A)^{-۱}B + D$$

$$A = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix} \quad C = [۱ \quad ۰] \quad D = ۰$$

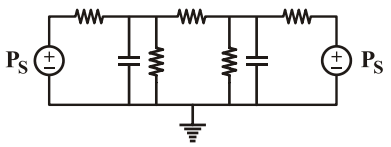
$$G(s) = [۱ \quad ۰]\begin{bmatrix} s+۱ & -۱ \\ -۲ & s \end{bmatrix}^{-۱}\begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix} + ۰ = \frac{s+۳}{s^۲+s-۲} = \frac{s+۳}{s^۲+s-۲} = \frac{s+۳}{(s+۲)(s-۱)}$$

روش تستی: با توجه به اینکه معادله مشخصه سیستم باید در مخرج باشد باید معادله مشخصه را تنها حساب کرد که در این صورت تنها گزینه ۳ را شامل می‌شود.

۲۰۰ ـ گزینه «۴»

فشار ≡ پتانسیل ، (لوله، شیر) $R \leftrightarrow R$ (مقاومت) ، دبی ≡ جریان الکتریکی ، مخزن $C \equiv A$ (خازن)

پس داریم:



www.topsoal.ir